Úloha 0. Měření objemu tuhých těles

# 1. Úkol měření

1. Změřte objem hranolu a válce přímou metodou.
2. Vypočítejte z naměřených hodnot standardní kombinovanou nejistotu jednotlivých rozměrů zkoumaného tělesa.
3. Vypočítejte standardní kombinovanou nejistotu měření objemu tělesa.

# 2. Postup měření

* Provedeme měření rozměrů hranolu a válce.
* Každý rozměr zjistíme 10x.
* K dispozici máme posuvku a mikrometr.

# 3. Použité přístroje

* Posuvka
	+ Chyba rozlišení 0.05 mm.
* Mikrometr
	+ Chyba rozlišení 0.01 mm.

# 4. Naměřené hodnoty

Pozn.: Rozměry *a, b, h* měřeny posuvkou, rozměry *c, d* mikrometrem

* Aritmetický průměr

$$\overbar{x}=\frac{1}{n}\sum\_{k=0}^{n}x\_{k}$$

 kde n je počet měření a xk jednotlivé naměřené hodnoty

# 5. Nejistota přímého měření

## 5.1. Standardní nejistota typu A

* Jedná se o směrodatnou odchylku aritmetického průměru.
* Obecně

$$u\_{A}\left(x\right)=\sqrt{\frac{1}{n\left(n-1\right)}\sum\_{k=0}^{n}\left(x\_{k}-\overbar{x}\right)^{2}}$$

 kde n je počet měření, xk jsou jednotlivé naměřené hodnoty a $\overbar{x}$ aritmetický průměr

* Pro jednotlivé rozměry
	+ $u\_{A}\left(a\right)=0.0263 mm$
	+ $u\_{A}\left(b\right)=0.0371 mm$
	+ $u\_{A}\left(c\right)=0.0319 mm$
	+ $u\_{A}\left(h\right)=0.0095 mm$
	+ $u\_{A}\left(d\right)=0.0279 mm$

## 5.2. Standardní nejistota typu B

* Předpokládáme rovnoměrné rozdělení pravděpodobnosti, protože výskyt kterékoli chyby je stejně pravděpodobný => koeficient rozdělení $k=\sqrt{3}$

### 5.2.1. Pro měření pomocí posuvky (uB,pos)

* Nejistota způsobená chybou měřidla

$$u\_{B,pos,1}(x)=\frac{maximální odchylka zdroje nejistoty}{koeficient rozdělení (k)}=\frac{0.05 mm}{\sqrt{3}}=0.0289 mm$$

* Nejistota způsobená chybou obsluhy

$$u\_{B,pos,2}(x)=\frac{maximální odchylka zdroje nejistoty}{koeficient rozdělení (k)}=\frac{0.1 mm}{\sqrt{3}}=0.0577 mm$$

* Výsledná nejistota při měření posuvkou

$$u\_{B,pos}(x)=\sqrt{u\_{B,pos,1}^{2}+u\_{B,pos,2}^{2}}=0.0645 mm$$

### 5.2.2. Pro měření pomocí mikrometru (uB,mik)

* Nejistota způsobená chybou měřidla

$$u\_{B,mik,1}(x)=\frac{maximální odchylka zdroje nejistoty}{koeficient rozdělení (k)}=\frac{0.01 mm}{\sqrt{3}}=0.00577 mm$$

* Nejistota způsobená chybou obsluhy

$$u\_{B,mik,2}(x)=\frac{maximální odchylka zdroje nejistoty}{koeficient rozdělení (k)}=\frac{0.1 mm}{\sqrt{3}}=0.0577 mm$$

* Výsledná nejistota při měření mikrometrem

$$u\_{B,mik}(x)=\sqrt{u\_{B,mik,1}^{2}+u\_{B,mik,2}^{2}}=0.0580 mm$$

## 5.3. Standardní kombinovaná nejistota typu C

* Obecně

$$u\_{C}\left(x\right)=\sqrt{u\_{A}^{2}+u\_{B}^{2}}$$

* Pro jednotlivé rozměry
	+ $u\_{C}\left(a\right)=0.0696 mm$
	+ $u\_{C}\left(b\right)=0.0744 mm$
	+ $u\_{C}\left(c\right)=0.0661 mm$
	+ $u\_{C}\left(h\right)=0.0651 mm$
	+ $u\_{C}\left(d\right)=0.0643 mm$

## 5.4. Zápis nejistoty nepřímého měření

* $a=\left(29.83\pm 0.07\right) mm, k\_{r}=1$
* $b=\left(27.59\pm 0.07\right) mm, k\_{r}=1$
* $c=\left(11.46\pm 0.07\right) mm, k\_{r}=1$
* $h=\left(32.10\pm 0.07\right) mm, k\_{r}=1$
* $d=\left(12.95\pm 0.06\right) mm, k\_{r}=1$

# 6. Nejistota nepřímého měření

## 6.1. Nejistota objemu hranolu

* Objem hranolu je dán pomocí

$$V\_{1}=\overbar{a}\overbar{b}\overbar{c}=9 431.69 mm^{3}$$

* Kombinovaná standardní nejistota dána pomocí

$$u\_{C}\left(V\_{1}\right)=\sqrt{A\_{a}^{2}u\_{C}^{2}\left(a\right)+A\_{b}^{2}u\_{C}^{2}\left(b\right)+A\_{b}^{2}u\_{C}^{2}\left(b\right)}$$

kde $A\_{a},A\_{b},A\_{c}$ jsou koeficienty citlivosti.

* Koeficienty citlivosti
	+ $A\_{a}=\frac{∂V\_{1}}{∂a}=\overbar{b}\overbar{c}=316.18$
	+ $A\_{b}=\frac{∂V\_{1}}{∂b}=\overbar{a}\overbar{c}=341.85$
	+ $A\_{c}=\frac{∂V\_{1}}{∂c}=\overbar{a}\overbar{b}=823.01$
* Kombinovaná standardní nejistota

$$u\_{C}\left(V\_{1}\right)=63.96 mm^{3}$$

* Výsledný objem hranolu

$$V\_{1}=\left(9 432\pm 64\right) mm^{3}, k\_{r}=1$$

## 6.2 Nejistota objemu válce

* Objem válce je dán pomocí

$$V\_{2}=\frac{π\overbar{d}^{2}}{4}\overbar{h}=4 228 mm^{3}$$

* Kombinovaná standardní nejistota dána pomocí

$$u\_{C}\left(V\_{2}\right)=\sqrt{A\_{h}^{2}u\_{C}^{2}\left(h\right)+A\_{d}^{2}u\_{C}^{2}\left(d\right)}$$

kde $A\_{h},A\_{d}$ jsou koeficienty citlivosti.

* Koeficienty citlivosti
	+ $A\_{h}=\frac{∂V\_{2}}{∂h}=\frac{π\overbar{d}^{2}}{4}=131.71$
	+ $A\_{d}=\frac{∂V\_{2}}{∂d}=\frac{πd}{2}\overbar{h}=652.97$
* Kombinovaná standardní nejistota

$$u\_{C}\left(V\_{2}\right)=42.85 mm^{3}$$

* Výsledný objem válce

$$V\_{2}=\left(4 228\pm 43\right) mm^{3}, k\_{r}=1$$

# 7. Rekapitulace výsledků

## 7.1. Hranol

* Strana $a=\left(29.83\pm 0.07\right) mm, k\_{r}=1$
* Strana $b=\left(27.59\pm 0.07\right) mm, k\_{r}=1$
* Strana $c=\left(11.46\pm 0.07\right) mm, k\_{r}=1$
* Objem $V\_{1}=\left(9 432\pm 64\right) mm^{3}, k\_{r}=1$

## 7.2. Válec

* Výška $h=\left(32.10\pm 0.07\right) mm, k\_{r}=1$
* Průměr $d=\left(12.95\pm 0.06\right) mm, k\_{r}=1$
* Objem $V\_{2}=\left(4 228\pm 43\right) mm^{3}, k\_{r}=1$

# 8. Závěr

A co říci závěrem? Všechno mi to nějak moc hezky vyšlo, až se mi skoro nechce věřit, že to mám správně. Moc se mi líbí, že jsme ve výpočtu zohlednili integrovanou chybu obsluhy. V minulém semestru na předmětu Elektrická měření jsme ji do výsledku nezahrnovali a to myslím není dobře, protože největší nepřesnosti vznikají, když se člověk dívá na tu ručičku, kolik asi ukazuje. K tomuto ještě stojí za zmínku ten fakt, že i přes lepší měřicí vlastnosti mikrometru není jeho nejistota typu B výrazně lepší než u posuvky, právě z důvodu výše uvedeného.

Zpracoval: Martin Mego

Dne: 10.10.2010