

Úkol měření:

- 1) Na základě měření vnějšího fotoefektu stanovte velikost Planckovy konstanty  $h$ .
- 2) Určete mezní kmitočet a výstupní práci materiálu fotokatody použité fotonky. Porovnejte tuto hodnotu s výstupními pracemi jiných materiálů a odhadněte z jakého materiálu je tato fotokatoda vyrobena.
- 3) Určete chybu měření pro všechny tři veličiny v bodech 1 a 2.
- 4) Vypracujte graf závislosti maximální kinetické energie elektronu na frekvenci záření  $W_k=f(\nu)$
- 5) Změřte závislost fotoelektrického proudu na velikosti brzdícího potenciálu pro tři vlnové délky.
- 6) Vypracujte graf změřené závislosti fotoelektrického proudu na velikosti brzdícího potenciálu.
- 7) Porovnejte hodnotu změřené Planckovy konstanty s tabulkovou hodnotou a rozdíl zhodnoťte.
- 8) Změření a zpracování dat v bodech 1 – 7 proveďte zvlášť pro obě instalované měřicí aparatury.

Teoretický úvod:

Celé měření v podstatě vychází z Einsteinovi rovnice:

$$h \nu = \frac{1}{2} m v^2 + A$$

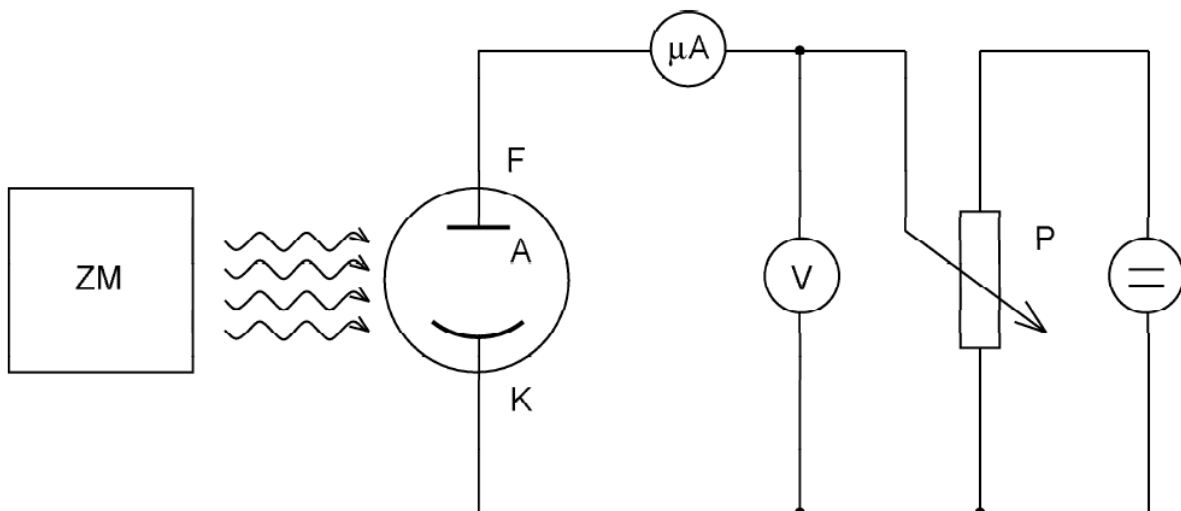
kde  $h$  je Planckova konstanta  
 $\nu$  frekvence záření dopadajícího na materiál fotokatody  
 $m$  a  $v$  je hmotnost a rychlost elektronu, jež byl fotony vyražen z ozařovaného materiálu fotokatody  
 $A$  je výstupní práce materiálu fotokatody

Při našem měření v této rovnici shledáváme neznámými dvě veličiny. Je to Planckova konstanta a výstupní práce materiálu fotokatody. Frekvenci záření v totiž snadno spočteme z předdefinovaných vlnových délek podle vztahu

$$\nu = c / \lambda$$

kde  $c$  je rychlost světla (  $2.998 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$  )  
 $\lambda$  je vlnová délka záření

a kinetickou energii vyjádřenou výrazem  $\frac{1}{2} m v^2$  dokážeme změřit v podobě brzdícího napětí  $U_p$ . Princip metody tohoto měření je zobrazen na obrázku:



kde  $ZM$  je zdroj monochromatického světla  
 $F$  je fotonka  
 $V$  je voltmetr  
 $\mu A$  je mikroampérmetr  
 $P$  je potenciometr

Monochromatické záření známých parametrů vycházející ze zdroje FM dopadá na fotonku F. Abychom děj dokázali vysvětlit, budeme uvažovat, že záření je tvořeno fotony. Tyto fotony dopadají na fotokatodu, odkud vyrážejí z daného materiálu elektrony a vzniká elektrický proud. Vyražené elektrony tedy musely od fotonů získat nejdříve energii pro to aby byly schopné opustit valenční pás a skrz pás zakázaný se dostali do pásu vodivostního. Tuto energii nazýváme výstupní práce a označujeme písmenem A. Přebytečná energie kterou elektron od fotonu obdrží se projeví ve formě energie kinetické  $W_k = \frac{1}{2} m v^2$ . Samotnou kinetickou energii elektronu  $W_k$  nejsme schopni měřit, ale jsme schopni elektrony zastavit protinapětím  $U_p$  a to už změřit dovedeme pomocí voltmetru. Velikost protinapětí  $U_p$  určujeme a nastavujeme pomocí elektrického napěťového zdroje a potenciometru P. Také známe velikost elementárního náboje, která odpovídá elektrickému náboji elektronu  $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$  C. Potom můžeme tvrdit že  $\frac{1}{2} m v^2 = U_p e$ .

## AD 1)

### a) POMOCÍ PŘÍSTROJE SPEKOL

Pomocí tohoto přístroje postupně zjistíme pět hodnot protinapětí (nebo též kompenzačních napětí), která budou příslušet předem určeným pěti vlnovým délkám světelného záření. Hodnoty protinapětí budeme z voltmetru V odečítat v okamžiku, kdy mikroampérmetrem  $\mu A$  nepoteče žádný proud. Tím zjistíme, že z materiálu fotokatody vyrážené elektrony s již potlačenou energií  $\frac{1}{2} m v^2$  jsou zastaveny energií  $U_p e$ . Pomocí pěti měření potom tedy dostaneme pět rovnic o dvou neznámých. S tím se ale vypořádáme použitím byť přibližné, ale vhodné a postačující metody nejmenších čtverců:

$$h^* = \frac{n \sum_{i=1}^n \nu_i e U_{pi} - \left( \sum_{i=1}^n \nu_i \right) \left( \sum_{i=1}^n e U_{pi} \right)}{n \sum_{i=1}^n (\nu_i)^2 - \left( \sum_{i=1}^n \nu_i \right)^2},$$

$$A^* = -\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e U_{pi} + h^* \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \nu_i.$$

Po vyřešení budeme schopni kompletně vyjádřit rovnici:

$$h^* \nu = e U_p + A^*$$

Naměřené a vypočítané hodnoty:

NAMĚŘENÉ HODNOTY		PRŮBĚŽNÉ VÝPOČTY		
$\lambda$ [nm]	$U_p$	$\nu$ [1/s]	$e U_p$ [J]	$\nu e U_p$ [J/s]
375	0.870	$7.968 \times 10^{14}$	$1.39374 \times 10^{-19}$	$11.1053 \times 10^{-5}$
400	0.790	$7.470 \times 10^{14}$	$1.26558 \times 10^{-19}$	$9.45388 \times 10^{-5}$
425	0.665	$7.031 \times 10^{14}$	$1.06533 \times 10^{-19}$	$7.48990 \times 10^{-5}$
450	0.595	$6.640 \times 10^{14}$	$0.95319 \times 10^{-19}$	$6.32918 \times 10^{-5}$
475	0.530	$6.291 \times 10^{14}$	$0.84906 \times 10^{-19}$	$5.34103 \times 10^{-5}$

$$h^* = \frac{1.9859645 \cdot 10^{-3} - 3.54 \cdot 10^{15} \cdot 5.5269 \cdot 10^{-19}}{5 \cdot 2.52391 \cdot 10^{30} - 1.25316 \cdot 10^{31}} = \underline{3.34757 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}$$

#### b) POMOCÍ SOUPRAVY S VÝBOJKOU A MONOCHROMATICKÝMI FILTRY

Budeme postupovat obdobně jako jsme pracovali s přístrojem Spekol. Nyní ovšem máme k dispozici pouze čtyři vlnové délky světelného záření určené čtyřmi filtry soupravy.

Naměřené a vypočítané hodnoty:

NAMĚŘENÉ HODNOTY		PRŮBĚŽNÉ VÝPOČTY		
$\lambda$ [nm]	$U_p$	$\nu$ [1/s]	$e U_p$ [J]	$\nu e U_p$ [J/s]
408	1.110	$7.3235 \times 10^{14}$	$1.77822 \times 10^{-19}$	$13.0228 \times 10^{-5}$
436	0.973	$6.8532 \times 10^{14}$	$1.55907 \times 10^{-19}$	$10.6846 \times 10^{-5}$
546	0.610	$5.4725 \times 10^{14}$	$0.97722 \times 10^{-19}$	$5.34786 \times 10^{-5}$
578	0.416	$5.1696 \times 10^{14}$	$0.66643 \times 10^{-19}$	$3.44515 \times 10^{-5}$

$$h^* = \frac{4 \cdot 3.25004 \cdot 10^{-4} - 2.48188 \cdot 10^{15} \cdot 4.98094 \cdot 10^{-19}}{4 \cdot 1.57273 \cdot 10^{30} - 6.15973 \cdot 10^{30}} = \underline{4.86367 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}$$

Na základě měření vnějšího fotoefektu jsme získali pomocí přístroje Spekol hodnotu Planckovy konstanty  $3.34757 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$  a pomocí soupravy s výbojkou a monochromatickými filtry hodnotu  $4.86367 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ .

**AD 2)**

## a) POMOCÍ PŘÍSTROJE SPEKOL

Výstupní práci určíme pomocí vztahu uvedeného v předchozím bodě (AD 1)) a po dosazení nám vyjde následující výsledek:

$$A^* = -\frac{1}{5} * 5.5269 * 10^{-19} + 3.34757 * 10^{-34} * \frac{1}{5} * 3.54 * 10^{15} = \underline{1.2647 * 10^{-19} \text{ J}}$$

$$(\sim 1.2647 * 10^{-19} / 1.602 * 10^{-19} = \underline{0.789 \text{ eV}})$$

Mezní kmitočet je v podstatě taková minimální hodnota kmitočtu fotonů (záření), aby fotony měly dostatečnou energii pro vyražení elektronu z valenčního pásu do pásu vodivostního daného materiálu, neboli aby překonaly jeho výstupní práci. Mezní kmitočet můžeme zjistit pomocí vzorce  $\nu = A^*/h^*$  a z našich naměřených a vypočítaných hodnot vychází takto:

$$\nu = \frac{A^*}{h^*} = \frac{1.2647 * 10^{-19}}{3.34757 * 10^{-34}} = \underline{3.77796 * 10^{14} \text{ Hz}} \quad (\sim 791 \text{ nm})$$

## b) POMOCÍ SOUPRAVY S VÝBOJKOU A MONOCHROMATICKÝMI FILTRY

Mezní práce:

$$A^* = -\frac{1}{4} * 4.981 * 10^{-19} + 4.86367 * 10^{-34} * \frac{1}{4} * 2.482 * 10^{15} = \underline{1.7725 * 10^{-19} \text{ J}}$$

$$(\sim 1.7725 * 10^{-19} / 1.602 * 10^{-19} = \underline{1.106 \text{ eV}})$$

Mezní kmitočet:

$$\nu = \frac{A^*}{h^*} = \frac{1.7725 * 10^{-19}}{4.86367 * 10^{-34}} = \underline{3.64437 * 10^{14} \text{ Hz}} \quad (\sim 820 \text{ nm})$$

Při zadání úlohy jsme dostali k dispozici pro porovnání tabulku, ve které je uvedeno několik prvků a u každého z nich je uvedena informace o jejich výstupní práci a mezním kmitočtu. Tato tabulka je uvedena na další straně. Podle hodnot výstupních prací a mezních kmitočtů které jsme v naší úloze změřily a spočítaly se dá pouze velmi těžko odhadnout ze kterého materiálu jsou fotokatody fotonek námi použitých laboratorních přístrojů vyrobené. Nejvíce se ovšem naše výsledky shodují s hodnotami uvedenými pro prvek cesium. S vědomím, že jsme neměřili zcela přesně a že na měření mnělo vliv mnoho chyb se domníváme, že fotokatody obou měřících aparatur jsou vyrobeny z prvku cesium.

ZNAČKA	PRVEK	A [eV]	$\lambda_m$ [nm]
Cs	cesium	1,93	642
Rb	rubidium	2,13	582
K	draslík	2,24	554
Na	sodík	2,28	544
Li	lithium	2,36	525
Ba	baryum	2,52	492
Ge	cer	2,84	437
Ca	vápník	2,96	419

*Tabulka s výstupními pracemi a mezními kmitočty některých prvků.*

### AD 3)

Metodami odhadu funkce se zabývá oblast matematické statistiky s názvem regresní analýza. Mějme například funkci  $y = a x + b$  a ta je jednoznačně určena svými parametry. Pro odhad parametrů jsme již dříve použili metodu nejmenších čtverců. Zde jsou uvedené obecné vztahy, které udávají přesnost regresních parametrů. Přesnost závisí na jejich výběrových směrodatných odchylkách:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n y_i^2 - b \sum_{i=1}^n y_i - a \sum_{i=1}^n x_i y_i}$$

$$s_a = \frac{s}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}$$

$$s_b = s \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}$$

Při našem měření ovšem vycházíme z rovnice:

$$h \nu = U_p e + A$$

## a) PŘÍSTROJ SPEKOL

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n e^2 U_{pi}^2 - A^* \sum_{i=1}^n e U_{pi} - h^* \sum_{i=1}^n v_i e U_{pi}} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{3} * 2.278 * 10^{-41}} = \underline{2.7556 \times 10^{-21}}$$

$$S_h = \frac{s}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (v_i - \bar{v})^2}} = \frac{2.7556 \times 10^{-21}}{\sqrt{1.75917 \times 10^{28}}} = \underline{2.0776 \times 10^{-35} \text{ Js}}$$

$$S_A = s \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{v}^2}{\sum_{i=1}^n (v_i - \bar{v})^2}} = 2.76 \times 10^{-21} \sqrt{\frac{1}{5} + \frac{(7.08 \times 10^{14})^2}{1.75917 \times 10^{28}}} = \underline{1.4761 \times 10^{-20} \text{ J}}$$

## b) SOUPRAVA S VÝBOJKOU A MONOCHROMATICKÝMI FILTRY

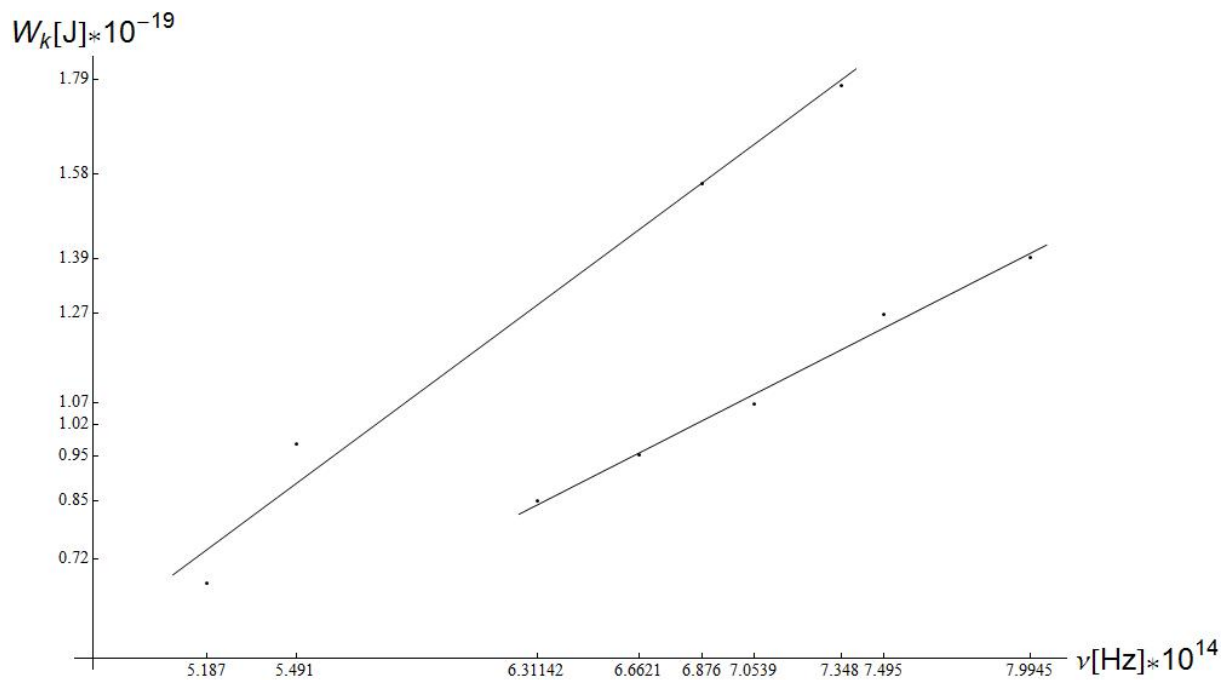
$$S = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n e^2 U_{pi}^2 - A^* \sum_{i=1}^n e U_{pi} - h^* \sum_{i=1}^n v_i e U_{pi}} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2} * 1.0922 * 10^{-40}} = \underline{7.38986 \times 10^{-21}}$$

$$S_h = \frac{s}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (v_i - \bar{v})^2}} = \frac{7.38986 \times 10^{-21}}{\sqrt{3.27981 \times 10^{28}}} = \underline{4.08048 \times 10^{-35} \text{ Js}}$$

$$S_A = s \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{v}^2}{\sum_{i=1}^n (v_i - \bar{v})^2}} = 7.39 \times 10^{-21} \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{(6.2047 \times 10^{14})^2}{3.27981 \times 10^{28}}} = \underline{2.5587 \times 10^{-20} \text{ J}}$$

Pravděpodobná chyba určení parametrů  $S_h$  a  $S_A$  je dána vztahem  $\vartheta_h = \frac{2}{3} S_h$  a  $\vartheta_A = \frac{2}{3} S_A$ .

**AD 4)**

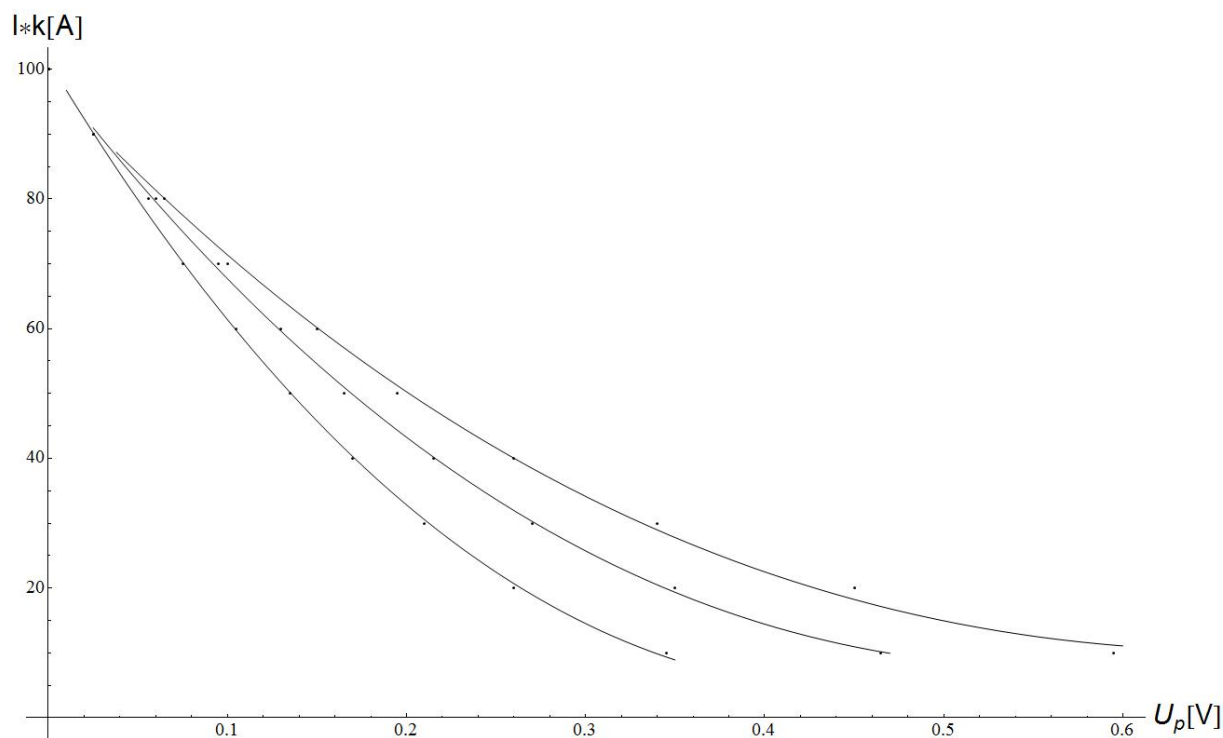
Graf závislosti maximální kinetické energie elektronu na frekvenci záření  $W_k = f(\nu)$ .

**AD 5)**

FOTOELEKTRICKÝ PROUD $I_k [\text{A}]$	BRZDÍCÍ POTENCIÁL $U_p [\text{V}]$ PRO $\lambda = 375 \text{nm}$	BRZDÍCÍ POTENCIÁL $U_p [\text{V}]$ PRO $\lambda = 425 \text{nm}$	BRZDÍCÍ POTENCIÁL $U_p [\text{V}]$ PRO $\lambda = 475 \text{nm}$
10	0.595	0.465	0.345
20	0.450	0.350	0.260
30	0.340	0.270	0.210
40	0.260	0.215	0.170
50	0.195	0.165	0.135
60	0.150	0.130	0.105
70	0.100	0.095	0.075
80	0.065	0.060	0.056
90	0.025	0.025	0.025
100	0.000	0.000	0.000

Závislost fotoelektrického proudu na velikosti brzdícího potenciálu pro tři vlnové délky.



**AD 6)**

*Graf změřené závislosti fotoelektrického proudu na velikosti brzdícího potenciálu.*

**AD 7)**

## a) PŘÍSTROJ SPEKOL

Porovnáme-li námi změřenou hodnotu Planckovy konstanty s tabulkovou hodnotou, zjistíme, že je menší a liší se o desítky procent. Tento jev je zapříčiněn především skutečností, že baňka fotonky je naplněna zředěným plynem, který brzdí elektrony vylétávající z fotokatody. Následkem toho potom, se systematickou chybou, naměříme menší brzdný potenciál, tedy i menší kinetickou energii těchto elektronů, atd...

tabulková hodnota:  $(6.6260755 \pm 0.0000040) \times 10^{-34}$  Js

změřená hodnota:  $(3.34757 \pm 0.138507) \times 10^{-34}$  Js

## b) SOUPRAVA S VÝBOJKOU A MONOCHROMATICKÝMI FILTRY

Fotonka tohoto přístroje je naplněna vakuem, čímž je odstraněna systematická chyba objasněná v předchozím odstavci pro přístroj Spekol. To se projevilo i na výsledku, který se svou hodnotou blíží ke skutečné hodnotě Planckovy konstanty více, než výsledek získaný

přístrojem Spekol. Stále se ovšem změřená hodnota od té skutečné liší o desítky procent. Dalo by se to též vysvětlit nepřesnostmi vzniklou při nedokonalém měření malých proudů.

tabulková hodnota:  $(6.6260755 \pm 0.0000040) \times 10^{-34}$  Js

změřená hodnota:  $(4.86367 \pm 0.272032) \times 10^{-34}$  Js

### Závěr:

Výsledky měření:

#### a) PŘÍSTROJ SPEKOL

Planckova konstanta:  $(3.34757 \pm 0.138507) \times 10^{-34}$  Js

Výstupní práce:  $(1.2647 \pm 0.0984067) \times 10^{-19}$  J

Mezní kmitočet:  $(3.77796 \pm 0.28) \times 10^{14}$  Hz

#### b) SOUPRAVA S VÝBOJKOU A MONOCHROMATICKÝMI FILTRY

Planckova konstanta:  $(4.86367 \pm 0.272032) \times 10^{-34}$  Js

Výstupní práce:  $(1.7725 \pm 0.17058) \times 10^{-19}$  J

Mezní kmitočet:  $(3.64437 \pm 0.3) \times 10^{14}$  Hz

Proč se naměřené hodnoty mezi sebou liší a stejně tak proč se liší od hodnot tabulkových je již v podstatě zodpovězeno v odstavci číslo 7. Jako dodatek je možné uvést skutečnost, že samotné měření bylo také trochu ovlivněno měřením na přístrojích, které ještě po zapnutí nebyly v ustáleném pracovním stavu.