

Fyzika 2

Dr. Koniček

Mail: konicek@fel.cvut.cz

web: herodes.feld.cvut.cz/konicek/vyuka.html

- 2 písemné testy během přednášek (polovina semestru a konec)

Skripta (pro zájemce):

- 1) Kubeš, Kyncl: Fyzika I, skripta FEL
- 2) Jelen: Fyzika II, skripta FEL (1998)
- 3) I. Štoll: Elektřina a magnetismus, skripta FJFI (2003)

Knihy (pro zájemce):

- 1) D. Halliday, R. Resnick, J. Walker: Fyzika (1-5)
- 2) E. Mechlová, K. Košťál a (dost veliký) kolektiv: Výkladový slovník fyziky (1999)
- 3) R.P. Feynman, R.B. Leighton, M. Sands: Feynmanovy přednášky z fyziky (1-3) (2002)
- 4) Frank J. Blatt: Modern Physics (1992)

Popis plynu pomocí statických metod

- Na první pohled se zdá, že s rostoucím počtem molekul se stále více komplikují zákonitosti, jimiž se plyny řídí
- Ve skutečnosti je tomu právě naopak
- S rostoucím počtem částic:
 - Ustupují do pozadí zákonitosti pohybu individuálních částic
 - Do popředí vstupují nové zákonitosti specifické pro velké soustavy částic
- Výsledný makroskopický děj závisí jen na celkovém počtu částic, které se jej účastní a na stavech těchto částic

Ideální plyn

- Mezi molekulami není žádné silové působení s výjimkou srážek
- Objem molekul je zanedbatelný vzhledem k objemu plynu
- Ideální plyn je popsán tzv. **STAVOVOU ROVNICÍ**

$$pV = nRT$$

p – tlak, V – objem, n – látkové množství,
 R – plynová konstanta $8,3 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, T – teplota (termodynamická)

- Stavová rovnice platí při pokojové teplotě poměrně přesně (a při pokojovém tlaku)
- Stavová rovnice je nepřesná při vysokých tlacích a nízkých teplotách

Molární hmotnost plynu M_m

$$M_m = m \cdot N_A$$

m – hmotnost molekuly, N_A – Avogadrova konstanta ($6 \cdot 10^{23}$)

- Molekuli se chovají podle zákonů mechaniky (Newtonovy rovnice ,...)
- Popis soustav molekul je mimořádně obtížná úloha

Popis plynů pomocí soustavy pohybových rovnic

- Každou molekulu zvlášť můžeme popsat pomocí pohybové rovnice
- Dostaneme tak soustavu diferenciálních rovnic, jejichž počet odpovídá trojnásobku počtu molekul
- Např. při popisu pohybu molekul v jednom krychlovém milimetru vzduchu za normálních podmínek dostaneme soustavu $7,5 \cdot 10^{16}$ rovnic
- Taková soustava je zcela mimo možnosti současné výpočetní techniky
- K řešení soustavy navíc potřebujeme zadat ...

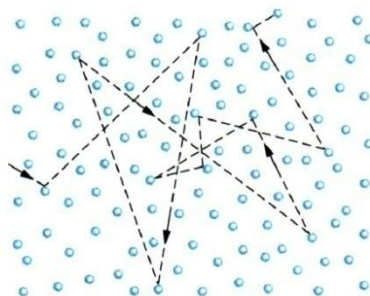
Kinetická teorie plynů

- Vysvětluje **makroskopické** (tj. pozorovatelné) **děje** probíhající v plynech a **vlastnosti** plynů
- Tím rozumíme např.:
 - Tlak
 - Viskozitu
 - Difúzi
 - Tepelnou vodivost
 - Vnitřní energii
 - Měrnou tepelnou kapacitu
 - A další ...

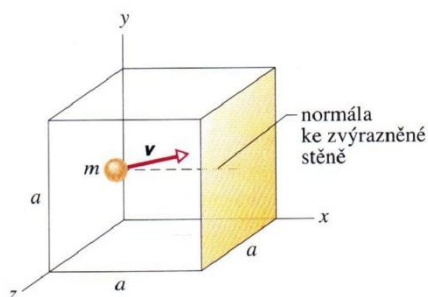
- Tyto děje a vlastnosti jsou v kinetické teorii vysvětleny na základě **molekulární stavby plynu**
- Kinetická teorie plynů je **klasická teorie**

Popis plynu

- Plyny se skládají z velkého množství částic (atomy, molekuly)
- Tyto částice se neustále neuspořádaně pohybují všemi směry
- Současně dochází ke srážkám částic mezi sebou a také se stěnou nádoby, ve které se nachází
- Molekuly na sebe působí pomocí elektrických sil (Lenard-Jonesův potenciál 6-12)



Tlak plynu



- máme \underline{n} molekul plynu v krychli o objemu \underline{V}
- stěny krychle mají teplotu \underline{T}
- uvažujeme jednu molekulu s hmotností \underline{m} a rychlostí \underline{v}_α
- molekula narazí na stěnu krychle – změní se jen „x“ová souřadnice rychlosti
- dojde ke změně hybnosti

$$\Delta p_\alpha = -mv_{x\alpha} - mv_{x\alpha} = -2mv_{x\alpha}$$

po srážce před srážkou

Hybnost přenesená na stěnu

$$\Delta p'_\alpha = -\Delta p_\alpha = 2mv_{x\alpha}$$

Interval mezi dvěma nárazy

$$\Delta t_\alpha = \frac{2a}{v_{x\alpha}}$$

Síla, kterou působí molekula na stěnu

$$F_{x\alpha} = \frac{\Delta p'_\alpha}{\Delta t_\alpha} = \frac{2mv_{x\alpha}^2}{2a}$$

-změna hybnosti za čas

Síla vyvolaná všemi molekulami

$$F_x = \sum_{\alpha=1}^N F_{x\alpha} = \sum_{\alpha=1}^N \frac{mv_{x\alpha}^2}{a} = \frac{N}{a} \sum_{\alpha=1}^N mv_{x\alpha}^2$$

Tlak na stěnu p

$$p = \frac{F_x}{a^2} = \frac{mN}{a^2} \cdot \frac{1}{N} \cdot \sum_{\alpha=1}^N v_{x\alpha}^2 = \frac{mnN_A}{V} \cdot \overline{v_{x\alpha}^2} = \frac{nM_m}{V} \cdot v_{x\alpha}^2$$

Střední hodnota
druhé mocniny
rychlosti ,x'-ové složky

Pozn.: $M_m = m \cdot N_A$
 $a^3 = V$

- Platí $\overline{v_\alpha^2} = \overline{v_{x\alpha}^2} + \overline{v_{y\alpha}^2} + \overline{v_{z\alpha}^2} = v_{ef}^2$

↖ Efektivní hodnota
rychlosti

protože nemá preferovaný směr, tak

$$\overline{v_{x\alpha}^2} = \overline{v_{y\alpha}^2} = \overline{v_{z\alpha}^2}$$

- Pro tlak tedy máme

$$p = \frac{nM_m}{V} \cdot \frac{v_{ef}^2}{3}$$

Rozdělení rychlosti molekul

- Pravděpodobnost, že molekula má energii v intervalu $\langle E, E+dE \rangle$

$$dP(E) = f'(E) \cdot dE = A' \cdot e^{-\frac{E}{kT}} \cdot dE$$

- Pravděpodobnost, že molekula má rychlost v intervalu $\langle v_x, v_x + dv_x \rangle$

$$dP(v_x) = A \cdot e^{-\frac{E}{kT}} \cdot dv_x = A \cdot e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}} \cdot dv_x = A \cdot e^{-\alpha \cdot v_x^2} \cdot dv_x$$

Pozn.: $\alpha = \frac{m}{2kT}$

- A je určena normovací podmínkou

$$\int_{-\infty}^{+\infty} A \cdot e^{-\alpha \cdot v_x^2} \cdot dv_x = 1 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{\alpha}{\pi}}$$

- pravděpodobnost že molekula má velikost rychlosti $v \in \langle v, v + dv \rangle$

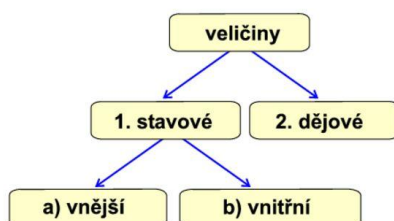
$$dP(v) = dP(v_x) \cdot dP(v_y) \cdot dP(v_z) \cdot 4\pi v^2 \cdot dv$$

↑
koule

$$dP(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \cdot v^2 \cdot dv$$

Temodynamika

- Je **velmi obecná** věda
- Zabývá se studiem **obecných vlastností** makroskopických systémů a **obecných procesů**, při nichž dochází k transformaci různých forem energie (teplo, práce, vnitřní energie)
- **Makroskopický systém (soustava) – m.s.:** soustava obsahující velký počet částic, to je molekul, atomů, apod.
- **Termodynamická soustava (systém) – t.s.:** je to makroskopický systém oddělený od okolí skutečným nebo myšleným rozhraním



- 1) Používáme při popisu stavu **t.s.**
 - a) Popisují vnější podmínky, v nichž se termodynamická soustava nachází (silová pole {gravitační pole, elektromagnetické, ...}, objem {pro kapaliny a plyny})
 - b) Při zadaných vnějších veličinách popisují makroskopický stav termodynamické soustavy (hustota, tlak, vnitřní energie, ...)
- 2) Popisují děje (**nepopisují** vlastnosti termodynamické soustavy)
Např.: teplo, práce

Rovnovážný termodynamický stav (*rts*)

=stav termodynamické rovnováhy

Základní vlastnosti:

- V tomto stavu se s časem **nemění vnitřní ani vnější parametry** termodynamické soustavy
- Soustava **nemění své vlastnosti**
- **rts** je nejobecnějším stavem rovnováhy
- v **rts** nastávají **všechny dílčí rovnováhy**, např.:
 - mechanická rovnováha
 - tepelná rovnováha
 - fázová rovnováha
 - chemická rovnováha
 - atd.

Teplota

- **Centrální** pojem termodynamiky, stavová veličina popisující stav termodynamické rovnováhy
- Teplota je jednou ze sedmi základních veličin soustavy jednotek SI
- Termodynamická teplota je definována pomocí **účinnosti** Carnotova cyklu
- Toto zavedení teploty je **nezávislé** na konkrétních materiálových vlastnostech (roztavnost rtuti, elektrický odpor platiny)

Základní teploty stupnice ITS-90

Základní teploty stupnice ITS-90

	Teplota	T ₉₀ [K]	t ₉₀ [C]
1.	Trojný bod vodíku	13,80	-259,34
2.	Trojný bod neonu	24,55	-248,59
3.	Trojný bod kyslíku	54,35	-218,79
4.	Trojný bod argonu	83,80	-189,34
5.	Trojný bod rtuti	234,31	-38,83
6.	Trojný bod vody	273,16	0,01
7.	Bod tání galia	302,91	29,76
8.	Bod tuhnutí india	429,74	156,59
9.	Bod tuhnutí cínu	505,07	231,92
10.	Bod tuhnutí zinku	692,67	419,52
11.	Bod tuhnutí hliníku	933,47	660,32
12.	Bod tuhnutí stříbra	1234,93	961,78
13.	Bod tuhnutí zlata	1337,33	1064,18
14.	Bod tuhnutí mědi	1357,77	1084,62

ITS-90 – používá se pro kalibraci teploměrů

- nejvýznamnější je trojný bod vody

- definován T₃=273,16 K- kelvinův stupeň definován jako $\frac{1}{T_3}$ - Celsiova stupnice je definována jako $t = T - 273,15$ (*)

(*) – definována tak aby se °C shodovaly s původní definicí

Teplo Q

- Teplo charakterizuje **přenos energie** mezi makroskopickými systémy
- K výměně tepla dochází při přímém dotyku dvou těles vlivem **teplotního rozdílu**
- Energie ve formě tepla proudí **z těles o vyšší teplotě na tělesa s nižší teplotou**
- Pokud k tomuto přenosu tepla nedochází, pak jsou tělesa v tepelné rovnováze a mají stejnou teplotu
- Teplo může být také předáno ve formě **energie záření**
- Teplo **není stavová** veličina



Tepelná kapacita C*

- C* je konstanta úměrnosti mezi tělesu dodaným teplem δQ (změna tepla) a změnou teploty tělesa dT (d – také změna)

$$C^* = \frac{\delta Q}{dT}$$

- C* závisí na typu děje:

$$C_p^* \quad \dots \quad \text{při konstantním tlaku}$$

$$C_V^* \quad \dots \quad \text{při konstantním objemu}$$

- Měrná tepelná kapacita

$$c_p = \frac{1}{m} \cdot C_p^*$$

$$c_V = \frac{1}{m} \cdot C_V^*$$

- Molární tepelná kapacita

$$C_p = \frac{1}{n} \cdot C_p^*$$

$$C_V = \frac{1}{n} \cdot C_V^*$$

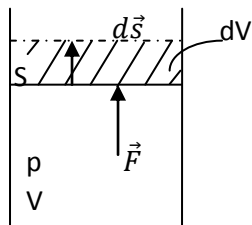
- Pro pevné látky a kapaliny

$$C_p^* = C_V^*$$

- Pro plyny

$$C_p^* > C_V^*$$

Práce plynu



- Síla \vec{F} posunula desku o obsahu S do polohy $d\vec{s}$

- Vykonala práci δA

$$\delta A = \vec{F} * d\vec{s} = F \cdot ds \cdot \cos\alpha = F \cdot ds \cdot \cos 0 = F \cdot ds =$$

$$= p \cdot S \cdot ds = p \cdot dV = \delta A$$

Skalární součin

práce plynu

První zákon termodynamiky

- První termodynamický princip, první věta termodynamiky
- Vyjadřuje obecný zákon zachování energie pro makroskopickou soustavu
- Experimentálně ověřen = mimo pochybnosti
- Slovně: soustavě dodané teplo se spotřebuje na zvýšení energie soustavy dE a na soustavou vykonanou práci δA
- Vzorec: $\delta Q = dE + \delta A$ (**)
- Soustava v klidu má pouze vnitřní energii U
- Pak (**) zapíšeme ve tvaru

$$\delta Q = dU + \delta A$$

První věta termodynamická

se nemění

se mění

Ekvipartiční teorém

- Věta o rovnoměrném rozdělení energie
- Na jeden stupeň volnosti soustavy připadá střední kinetická energie

$$\frac{kT}{2}$$

- Platí v klasické fyzice

$$\bar{W}_k = \frac{f}{2} \cdot k \cdot T$$

f - stupeň volnosti, k - Boltzmanova konstanta, T - teplo

Stupeň volnosti různých typů molekul

- Jednoatomová molekula
 - počet stupňů volnosti pro posuvný pohyb $f_{p1} = 3$
 - počet stupňů volnosti pro rotační pohyb $f_{r1} = 0$
 - celkový počet stupňů volnosti $f_1 = f_{p1} + f_{r1} = 3$
- Dvouatomová molekula
 - počet stupňů volnosti pro posuvný pohyb $f_{p2} = 3$
 - počet stupňů volnosti pro rotační pohyb $f_{r2} = 2$
 - celkový počet stupňů volnosti $f_2 = f_{p2} + f_{r2} = 5$

- Víceatomová molekula
 - počet stupňů volnosti pro posuvný pohyb $f_{pn}=3$
 - počet stupňů volnosti pro rotační pohyb $f_{rn}=3$
 - celkový počet stupňů volnosti $f_n=f_{pn}+f_{rn}=6$

Pozn.: stupeň volnosti – počet nezávislých souřadnic potřebných pro popis v prostoru

Vnitřní energie ideálního plynu “U”

- U je dáno jako součet středních hodnot kinetických energií molekul

$$U = N \cdot \bar{W}_k = n \cdot N_A \cdot \bar{W}_k$$

- Vyjádření \bar{W}_k pomocí ekvipartičního teoremu

$$U = n \cdot N_A \cdot f \cdot \frac{kT}{2} = n \cdot R \cdot f \cdot \frac{T}{2} \quad (\text{Vnitřní Energie})$$

Molární tepelné kapacity ideálního plynu

- a)** Molární tepelná kapacita pro stálý objem (V-konst.)

- Z definice $C_V = \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_v$ ← V – objem je konstantní

- 1. Věta termodynamická pro V-konstantní: $dV=0$

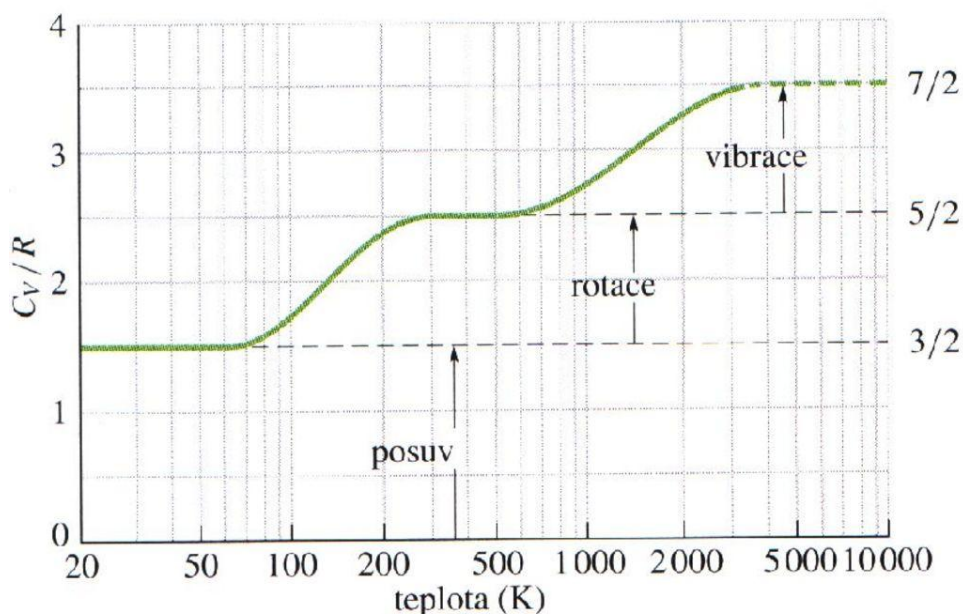
↓
=0

$$(\delta Q)_v = dU + pdV = \left(\frac{\delta U}{\delta T} \right)_V dT \quad \text{dosadíme do definice}$$

$$C_V = \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{\delta U}{\delta T} \right)_V \frac{dT}{dT} = \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{\delta U}{\delta T} \right)_V \quad (CV)$$

- Do (CV) dosadíme za U z (Vnitřní Energie)

$$C_V = \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{\delta(nR \frac{fT}{2})}{\delta T} \right) = R \cdot \frac{f}{2}$$



- do zhruba 70 K pouze posuvný pohyb $f=3$
- do zhruba 700 K navíc rotace $f=5$
- vyšší teploty navíc vibrace $f=7$

První věta termodynamická pro ideální plyn

- vyjádříme členy na pravé straně (1VT)
- změna vnitřní energie dU obecně platí

$$dU = \left(\frac{\delta U}{\delta T}\right)_V dT \quad (**)$$

yní vyjádříme $\left(\frac{\delta U}{\delta T}\right)_V$ z (CV)

$$\left(\frac{\delta U}{\delta T}\right)_V = n \cdot C_V \text{ dosadíme do} \quad (**)$$

$$dU = n \cdot C_V dT \quad (\text{DU}) \dots \text{platí vždy}$$

- práci δA vyjádříme z (Práci Plynu), dosadíme spolu s (DU) do (1VT):

$$\delta Q = n \cdot C_V dT + pdV$$

(1. Věta Termodynamická pro plyn)
-platí i pro ideální plyn

Molární tepelné kapacity ideálního plynu

b) Molární tepelná kapacita pro stálý tlak (p-konst.) C_p

- definice

$$C_p = \frac{1}{n} \cdot \frac{(\delta Q)_p}{dT} \quad (\diamond)$$

- (1VT pro Plyn) pro $p=\text{konst.}$

$$(\delta Q)_p = n \cdot C_V dT + pdV$$

- vyjádříme

$$dV(p, T) = \left(\frac{\delta V}{\delta p}\right)_T dp + \left(\frac{\delta V}{\delta T}\right)_p dT \quad (\text{⊕⊕})$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{=0}$$

- určíme $\left(\frac{\delta V}{\delta T}\right)_p$ pomocí (Stavové Rovnice)

$$pV = nRT \quad (\text{Stavová Rovnice})$$

$$V = \frac{n \cdot R}{p} dT ; \frac{\delta V}{\delta T} = \frac{n \cdot R}{p} \quad (\text{⊕})$$

- dosazení (⊕) do (⊕⊕):

$$dV = \frac{n \cdot R}{p} dT \quad (\text{⊕⊕⊕})$$

- dosadíme (1) a (2) do (3)

$$n \cdot C_p dT = n \cdot C_V dT + p \cdot \frac{n \cdot R}{p} dT \quad \text{pokrátíme...}$$

$$C_p = C_V + R$$

Mayerův vztah pro ideální plyn

- Poissonův adiabatický koeficient κ

$$\kappa = \frac{C_p}{C_V}$$

Příklad:



Zatopíme:

- Matematik říká: U bude vyšší
- Inženýr říká: U bude stejná

Výsledek – U bude stejná

Děje v termodynamice

Vratné a nevratné děje

Vratné

- Mají v termodynamice zcela **zásadní důležitost**
- Vratné děje **mohou probíhat v obou směrech**
- Po uskutečnění děje v přímém směru a návratu soustavy v opačného směru se do původního stavu vrátí jak ta **samotná soustava**, tak i všechna **vnější tělesa** se kterými je v interakci
- Nutnou a postačující podmínkou vratnosti termodynamického děje je, aby byl děj **kvazistatickým** – to je aby probíhal **velmi pomalu** ve srovnání s **relaxačními procesy** v dané termodynamické soustavě

Nevratné děje

- za nevratné pokládáme děje, které **nemohou probíhat v obou směrech**
- při nevratném ději **není porušen zákon zachování energie**
- pomocí **změny energie nelze** v uzavřených systémech určit směr nevratných dějů
- směr nevratných dějů lze určit pomocí **změny entropie** (např. kam bude proudit teplo)
- Příklad: Čpavek, který vyprchal z lahve se tam po nějaké době **nevrátí**

Entropie

Postulát entropie

Probíhá-li v uzavřeném systému nevratný děj, entropie systému **vždy roste a nikdy neklesá**

- Pro entropii **neplatí zákon zachování**
- Při nevratných dějích v uzavřených systémech se **zachovává energie**, ale **entropie roste**
- Růst entropie při nevratných dějích je spojen s **chodem času „kupředu“**
- Proto změnu entropie často nazýváme **šipkou času**

Definice entropie

Entropii lze definovat **dvěma ekvivalentními** způsoby

- Makroskopicky
- Mikroskopicky

Makroskopická definice

Změna entropie dS při vratné infinitesimální změně stavu soustavy je

$$dS = \frac{\delta Q}{T} \quad (S)$$

δS ... teplo přijaté soustavou

T ... teplota

- Změna entropie závisí na **vyměněném teple** a na **teplotě**, při níž proces probíhá
- Entropie je **stavová veličina**
- Hodnota entropie závisí pouze na **konkrétním stavu** systému

Změna entropie při nevratném ději

Hledáme změnu entropie **při nevratném ději** mezi rovnovážným počátečním stavem (P) a rovnovážným koncovým dějem (K)

- Nevratný děj (P) \rightarrow (K) je obvykle těžko popsateľný
- Někdy jej nedovedeme popsat **vůbec**
- Proto jej nahradíme **libovolným vratným dějem**, který spojuje stav (P) a stav (K)
- Změnu entropie vypočteme pro tento děj z **definice (S)**
- Změna entropie je stejná pro všechny děje spojující stav (P) a stav (K)

Změna entropie v ideálním plynu

- Dosadíme (S) do (1. věty termodynamické)

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = n \cdot C_v \cdot \frac{dT}{T} + p \cdot \frac{dV}{T} \quad (*)$$

- Vyjádříme p ze Stavové rovnice

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

$$p = \frac{n \cdot R \cdot T}{V} \quad (**)$$

dosadíme do (*)

$$dS = n \cdot C_v \cdot \frac{dT}{T} + \frac{n \cdot R \cdot T}{V} \cdot \frac{dV}{T}$$

zintegrujem

$$\Delta S = n \cdot C_v \int_{(1)}^{(2)} \frac{dT}{T} + nR \int_{(1)}^{(2)} \frac{dV}{V} = n \cdot C_v \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} + n \cdot R \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

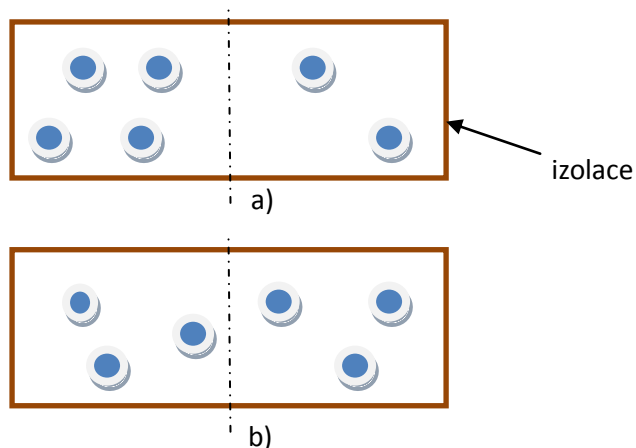
Příklad: izotermická expanze na dvojnásobný objem

$$\Delta S = n \cdot C_v \cdot \ln \frac{T}{T} + n \cdot R \cdot \ln \frac{2V}{V} = n \cdot R \cdot \ln 2 > 0$$

└──┬── = 0

Mikroskopická (statická) definice entropie

- Máme krabici s N molekulami, rozdělíme ji myšlenou plochou na 2 poloviny



Každá molekula je se stejnou pravděpodobností vlevo nebo vpravo

- Zjistíme počet možností, jak molekuly uspořádat, aby vlevo bylo n molekul = W
- W je násobnost daného makrostavu
- W je dáno binomickým koeficientem

$$W = \binom{N}{n} = \frac{N!}{n! \cdot (N - n)!}$$

- příklad: $N=6, n=4, W=15$
 $N=6, n=3, W=20$

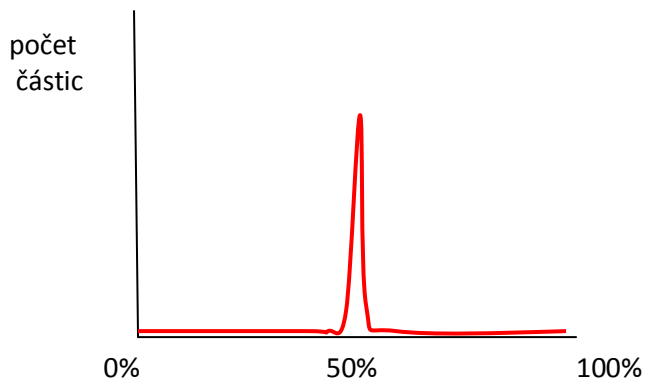
- Makrostav** – charakterizováno jen počty molekul
- Mikrostav** – uspořádání konkrétních molekul
- Všechny mikrostavy jsou stejně pravděpodobné
- Každému makrostavu přísluší různý počet mikrostavů W
- Makrostavy proto **nejsou** stejně pravděpodobné
- Stavy s větší násobností mají vyšší entropii

Boltzmanova konstanta

$$S = k \cdot \ln W \quad ; [S] = J \cdot K^{-1}$$

↑ *boltzmanova konstanta*
↑ *násobnost stavu*

- Rovnovážný stav největší W a tedy největší pravděpodobnost že nastane a z boltzmanova vztahu je vidět že má největší entropii



Druhý zákon termodynamiky

Také druhý termodynamický princip nebo druhá věta termodynamická

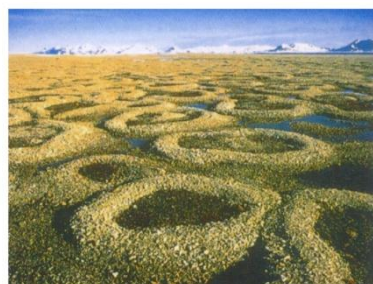
Slovní formulace

Entropie **uzavřeného systému** roste při nevratném ději a zůstává stálá při ději vratném.
Entropie uzavřeného systému nikdy neklesá

Matematická formulace

Pro všechny vratné i nevratné procesy platí

$$\Delta S \geq 0$$



(aby kameny poklesly musela entropie také poklesnout)
(někde v okolí musela naproti tomu narůst)

Tepelné stroje

Stroje, které si se svým okolím vyměňují teplo a práci

Rozdělení strojů

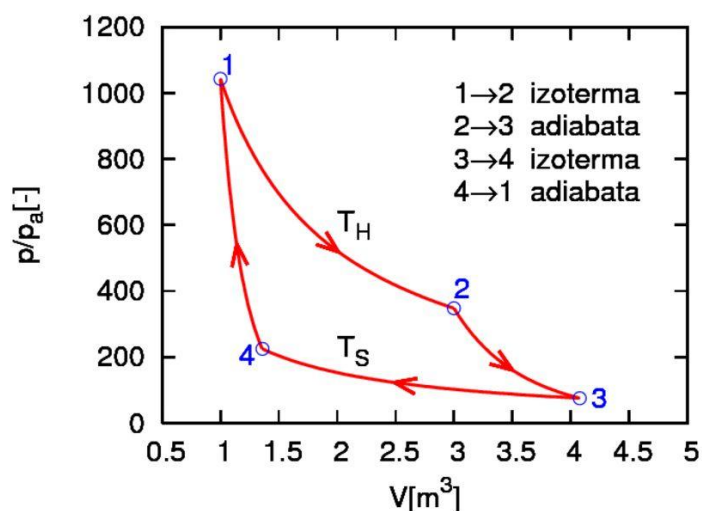
- **Tepelné stroje s přímým cyklem:** přijímají teplo z teplejší lázně, dodávají práci, část tepla odevzdávají chladnější lázni
 - V převážné většině konají mechanickou práci – **tepelné motory** (např. spalovací motory, spalovací turbíny, parní stroje, ...)
 - Tepelné stroje mohou konat **i jiné typy práce** (např. termočlánek koná elektrickou práci)
- **Tepelné stroje s inverzním cyklem:** dodáváme práci k odběru tepla chladnější lázni a předání tepla teplejší lázni (např. chladničky, tepelná čerpadla, ...)
 - Pracovní látka se po tomto cyklu vrátí do původního stavu (pozn. Benzín se nevrátí do původního stavu, ale předpokládá se nové vstříknutí)



Carnotův motor

- Jedná se o tzv. **ideální motor**
- Je to nejlepší motor, ale nejde sestavit
- Nelze vynalézt účinnější cyklický motor (je neúčinnější)
- Všechny děje jsou v Carnotově motoru **vratné**
- Nenastává **žádný ztrátový přenos energie** způsobený např. třením nebo vířením pracovní látky
- Tento stroj je v principu nejlepší, neboť převádí teplo na práci s nejvyšší možnou účinností
- Stroj navrhl francouzský inženýr Sadi Nicolas Léonard Carnot

p-V diagram Carnotova cyklu



- Práce v jednom cyklu ΔA

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A \quad ; \quad \Delta A = |Q_H| - |Q_S| \quad (*)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{=0 \text{ po jednom cyklu}}$

- Změna entropie v jednom cyklu

$$\Delta S = \Delta S_H + \Delta S_S = \frac{|Q_H|}{T} - \frac{|Q_S|}{T} = 0$$

$$\frac{|Q_H|}{|Q_S|} = \frac{T_H}{T_S} \quad (**)$$

- Účinnost Carnotova motoru

$$n = \frac{\Delta A}{|Q_H|} = \frac{|Q_H| - |Q_S|}{|Q_H|} = 1 - \frac{|Q_S|}{|Q_H|} = 1 - \frac{T_S}{T_H}$$

(**) ... definice teploty

Kmity

Příklady harmonického kmitání

- Kmity **závaží na pružině**
- Kyvy **kyvadla s malou výchylkou**
- Oscilace **elektrického proudu nebo napětí** v kmitavém elektrickém obvodu
- Oscilace **ladičky**, vytváření zvukové vlny
- Vibrace **elektronů v atomu**, vytvářející světelné vlny
- **Servosystémy** (termostat regulující teplotu)
- Interakce v **chemických reakcích**
- **Růst kolonie bakterií**, interagujících s dodávanou potravou a otravnými látkami, které bakterie produkuje
- **Lišky**, požírající králíky, žeroucí trávu
- **Mnoho dalších** systémů, popsaných obyčejnými lineárními diferenciálními rovnicemi s konstantními koeficienty

Kmity netlumené

- Pohybová rovnice

Pozn.: m hmotnost
 x výchylka
 k konstanta (>0)

$$m\ddot{x} = -kx$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m} \cdot x = 0$$

$$\omega_0^2$$

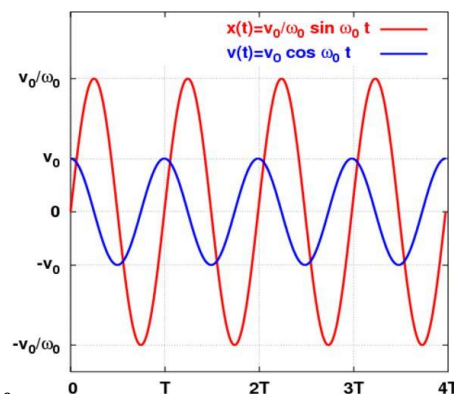
ω_0 frekvence vlastních kmitů

- Obecné řešení

$$x(t) = A \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

$$v(t) = \dot{x}(t) = A \cdot \omega_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Netlumené kmity



Tlumené kmity

- Pohybová rovnice

$$m\ddot{x} = -kx - bv$$

Pozn.: b součinitel lineárního odporu
 $b=2m\delta$

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x + 2\delta \dot{x} = 0$$

Pozn.: δ součinitel tlumení

a) Malý útlum $\omega_0 > \delta$

Obecné řešení

$$x(t) = A \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \quad \text{frekvence kmitů}$$

b) Kritický útlum $\omega_0 = \delta$

Obecné řešení

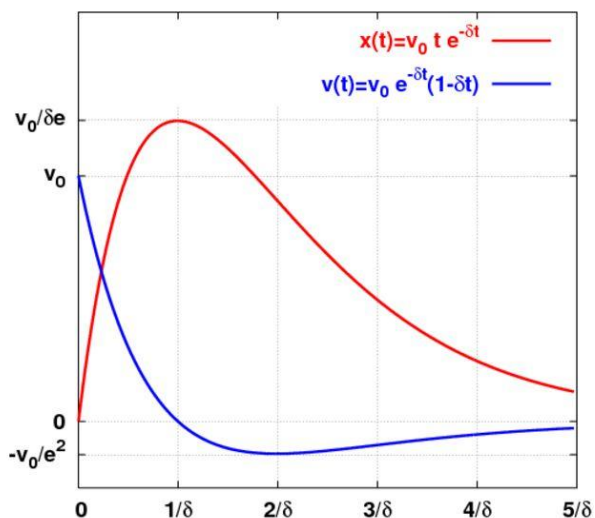
$$x(t) = (C_1 + C_2 t) \cdot e^{-\delta t}$$

c) **Silný útlum**
Obecné řešení

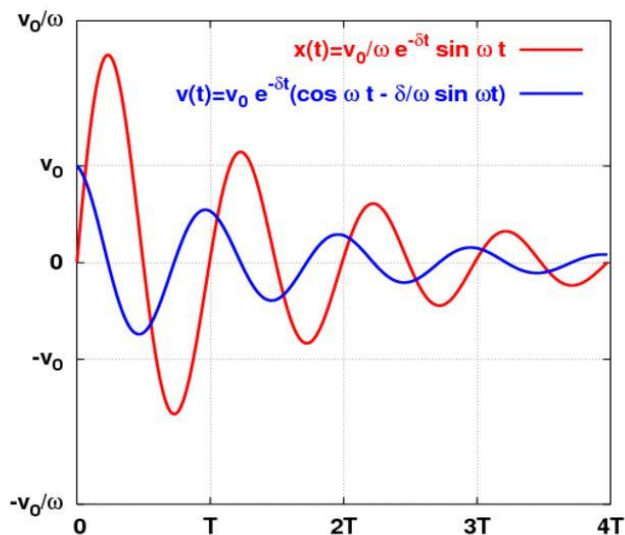
$$x(t) = A \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin(D \cdot t + \varphi_0)$$

$$D = \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$$

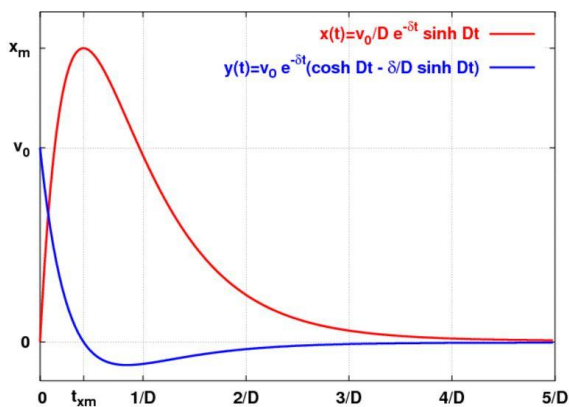
Kriticky tlumené kmity



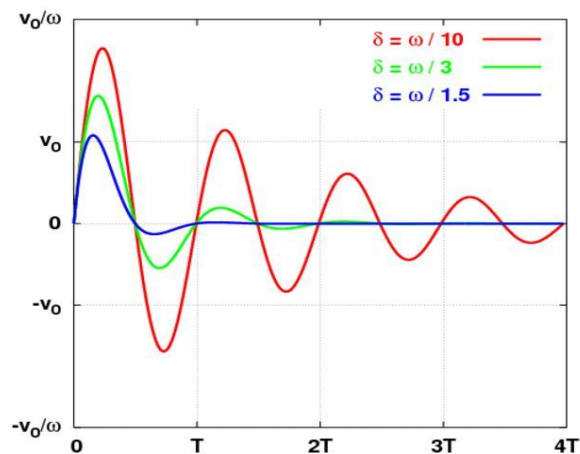
Kmity s malým útlumem



Kmity se silným útlumem



Kmity s malým útlumem pro různé δ



Ničivé účinky kmitů

Nimitzova dálnice

- Nimitzova dálnice v blízkosti San Franciska byla v roce 1989 zasažena seizmickými vlnami



- Příčinou bylo kmitání podloží na úhlové frekvenci $9\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ vyvolané seizmickými vlnami
- Tato frekvence přesně odpovídala úhlové frekvenci horizontálních konstrukčních dílů dálnice
- Vážně poškozen byl jen 1,5 km úsek dálnice (protože byl postaven na jílovém podloží)

Vynucené kmity

- Na oscilátor navíc působí vnější budící síla F_b
- Pohybová rovnice

$$m\ddot{x} = -kx - 2m\delta\dot{x} + F_0 \cdot \cos\Omega t$$

$$F_b = F_0 \cdot \cos\Omega t$$

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x + 2\delta\dot{x} = B \cdot \cos\Omega t \quad ; B = \frac{F_0}{m} \quad (PR)$$

- Řešení nehomogenní rovnice

- Obecné řešení rovnice (PR) je dáno součtem obecného řešení homogenní rovnice a zvláštního řešení nehomogenní rovnice
- Obecným řešením homogenní rovnice jsou tlumené kmity, které se po určité době blíží nule (s výjimkou v praxi nereálného případu nulového tlumení)
- Oscilátor na začátku vykonává vlastní kmity, které odezní a dále koná je vynucené kmity

- Vynucené kmity probíhají s frekvencí Ω
- Výchylka

$$x(t) = A \cdot \sin(\Omega t + \varphi_0) \quad (1)$$

- Rychlost

$$\dot{x}(t) = A \cdot \Omega \cdot \cos(\Omega t + \varphi_0) \quad (2)$$

- Zrychlení

$$a(t) = \dot{v}(t) = A \cdot \Omega^2 \cdot \sin(\Omega t + \varphi_0) \quad (3)$$

- Nalezení A, φ_0

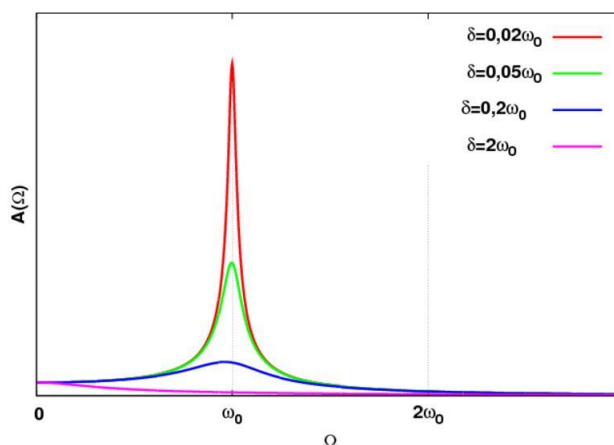
1. Dosazení (1), (2), (3) dp (PR)
2. Rozepíšeme sin, cos pomocí součtových vzorců
3. Porovnáme koeficienty u $\sin\Omega t$ a $\cos\Omega t$

$$A = \frac{B}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\delta^2\Omega^2}} \quad (AR)$$

$$\text{tg } \varphi_0 = \frac{\omega_0^2 - \Omega^2}{2\delta\Omega} \quad (FR)$$

- Průběh $A(\Omega)$ se nazývá rezonanční křivka

Rezonanční křivka amplitudy



- Rezonanční útlumová frekvence Ω_R
- dochází k maximu amplitudy kmitů

$$\frac{dA}{d\Omega} = 0 \quad , \text{složitá derivace ale také} \quad \frac{d}{d\Omega^2} [(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4 \cdot \delta^2 \cdot \Omega^2] = 0$$

$$2(\omega_0^2 - \Omega^2) \cdot (-1) + 4 \cdot \delta^2 = 0$$

$$+2\omega_0^2 - 2\Omega^2 = +4\delta^2$$

$$\Omega_R = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}$$

- Podmínka rezonance amplitudy $\omega_0^2 \geq 2\delta^2$

- Maximální hodnota $A(\Omega_R)$

$$A_{max} = \frac{B}{\sqrt{(\omega_0^2 - (\omega_0^2 - 2\delta^2))^2 + 4\delta^2 \cdot (\omega_0^2 - 2\delta^2)}} = \frac{B}{\sqrt{4\delta^4 + 4\delta^2 \cdot \omega_0^2 - 8\delta^4}} =$$

$$= \frac{B}{2 \cdot \delta \cdot \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}$$

Energie oscilátoru

- Celková energie E je konstantní

$$\left. \begin{aligned} E &= \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 \\ \frac{k}{m} &= \Omega^2 \end{aligned} \right\} E = \frac{1}{2} m \cdot \Omega^2 \cdot A^2 \quad (ER1)$$

Vyjádříme A z (AR)

$$E = \frac{1}{2} m \cdot \Omega^2 \cdot \frac{B^2}{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\delta^2 \Omega^2} \quad (ER)$$

- rezonanční křivka energie

- K rezonanci energie dochází při frekvenci

$$\Omega = \omega_0$$

- Maximální hodnota energie E_{max}

$$E_{max} = E(\Omega = \omega_0) = \frac{1}{2} m \cdot \omega_0^2 \cdot \frac{B^2}{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\delta^2 \Omega^2} = \frac{m \cdot B^2}{8 \cdot \delta^2}$$

Disipovaný výkon P_d

$$P_d + P_b = 0$$

↑
Výkon dodaný budící silou

$$P_d = \frac{dA_d}{dt} = \frac{F_0 ds}{dt} = F_0 \cdot v = -2\delta \cdot d \cdot v \cdot v =$$

Vyjádříme z (2)

$$= -2m\delta\Omega^2 \cdot A^2 \cos^2(\Omega t + \varphi_0)$$

Energie E_{dt} disipovaná během jedné periody T

$$E_{dt} = \int_0^T P_d dt = -2 \cdot m \cdot \delta \cdot \Omega^2 \cdot A^2 \int_0^T \cos^2(\Omega t + \varphi_0) dt = -2 \cdot m \cdot \delta \cdot \Omega^2 \cdot \pi \cdot A^2 / \Omega$$

$$T = \frac{2\pi}{\Omega}$$

Činitel jakosti Q

- Q je velmi podstatná vlastnost oscilátoru

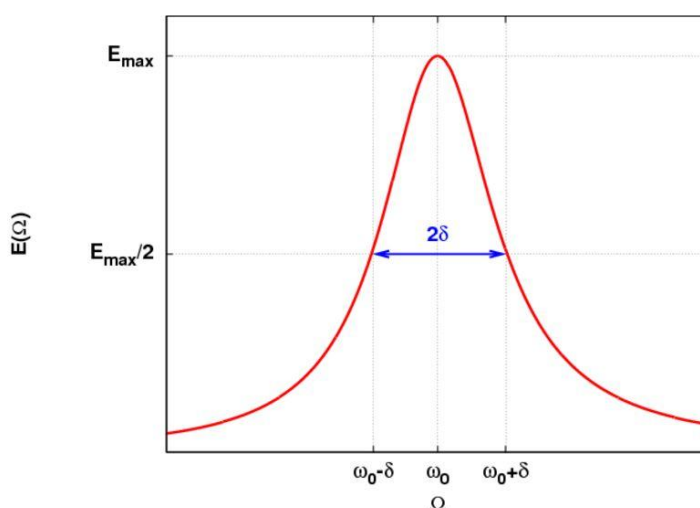
$$Q = 2\pi \cdot \frac{E_T}{|E_{dt}|}$$

Pozn.: E_T střední energie v průběhu jednoho kmitu

$$Q = 2\pi \cdot \frac{\frac{1}{2}m \cdot \Omega^2 \cdot A^2}{2 \cdot m \cdot \delta \cdot \Omega \cdot \pi \cdot A^2} = \frac{\Omega}{2\delta} = \frac{\omega_0}{2\delta}$$

↑
pro rezonanční energii

Šířka rezonanční křivky energie



Ničivé účinky kmitů

Tacoma Narrows Bridge

- Pád způsobily torzní kmitu mostu vyvolané rezonancí mostu při nárazu větru na most

VLNY

Částice a vlna

- Dva **klíčové pojmy** vy fyzice
- Jeden nebo druhý z těchto pojmů se uplatňuje v téměř **každém odvětví** fyziky
- Oba pojmy mají **zásadně** odlišný význam

Částice

- Materiální objekt, soustředěný ve **velmi malém objemu**
- Částice je schopná **přenášet energii**

Vlna

- Vyplňuje **celý prostor**, jímž se šíří
- Vlna je schopná **přenášet energii**

Důležité pojmy

Vlnění

Děj, jehož podstatou je **šíření určitého rozruchu** (např. látkovým prostředím nebo elektromagnetickým polem)

Rozruch

Lokální změna stavu (např. změna hustoty, tlaku, intenzity elektrického nebo magnetického pole)

Vlna

Šířící se rozruch

Postupná vlna

Vlnění šířící se v daném prostoru stále **v jednom směru**

Obecné rozdělení vln

1. Mechanické vlny

- Mohou existovat **pouze v látkovém prostředí** (NE ve vakuu)
- Řídí se Newtonovými zákony
- **Příklady**: zvukové vlny, seismické vlny, vlny na vodní hadině, ...

2. Elektromagnetické vlny

- Pro svou existenci nevyžadují **žádné látkové prostředí** (světlo se dá šířit i vakuem)
- Jsou popsány Maxwellovými rovnicemi
- Všechny elektromagnetické vlny se šíří ve vakuu **stejnou rychlostí**
- **Příklady**: viditelné světlo, ultrafialové světlo, rádiové a televizní vlny, rentgenové záření, radarové vlny, ...

3. Vlny hmoty (de Broglieho vlny)

- Atomy, molekuly a elementární částice se **mohou projevat jako vlny**
- Jsou popsány Schödingerovou rovnicí
- (Fullereny – vyrábí se pomocí výbojů, v jedné molekule fullerenu je 64 atomů uhlíku, i tato částice se může chovat jako vlna)

Rozdělení vln podle směru kmitání

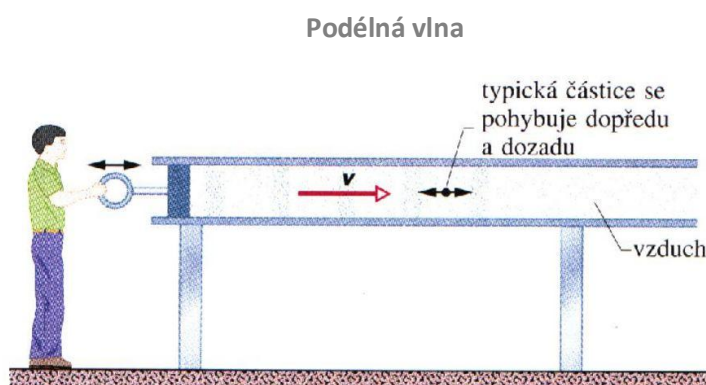
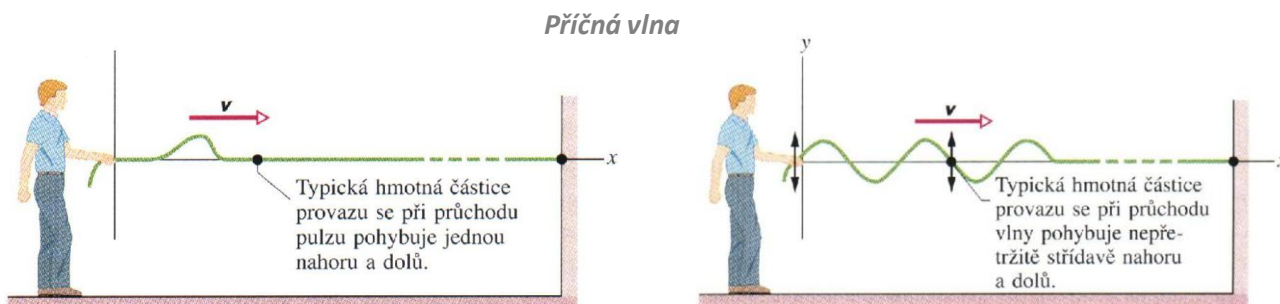
Platí pro všechny typy vln

Příčné vlnění

- Označuje se také jako **transverzální** vlnění
- Výchylka kmitů je **kolmá** ke směru šíření
- Významným případem jsou **elektromagnetické vlny**

Podélné vlnění

- Označuje se také jako **longitudinální** vlnění
- Výchylka kmitů je **rovnoběžná** se směrem šíření
- Významným případem jsou **zvukové vlny ve vzduchu a ve vodě**

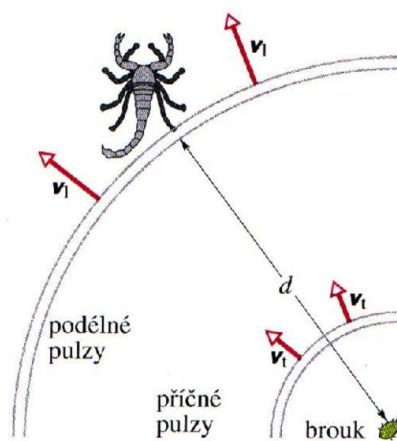


Využití vln v přírodě (lovení štíra ve tmě)



- Brouk vytváří podélné a příčné vlny
 $v_l = 150 \text{ m/s}$ $v_p = 50 \text{ m/s}$

$$\Delta t = \frac{d}{v_p} - \frac{d}{v_l}$$



d je vzdálenost brouka od štíra

Vlnové rovnice

- Obsahuje všechny vlnové procesy jako své řešení
- Uvedeme jednoduchý tvar rovnice, vlnění je popsáno skalární funkcí $y(\vec{r}, t)$

$$\Delta y = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{VR})$$

Popisuje vlny bez útlumu, v homogenním izotropním prostředí

Pozn.: Δ Laplaceův operátor

c rychlost šíření vlny

- (VR) pro vlnu, která se šíří ve směru osy x , v kartézské soustavě souřadnic

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (VR1)$$

- Obecné řešení (VR1)

$$y(x, t) = f_1(x + ct) + f_2(x - ct)$$

Pozn.: f_1, f_2 Jakékoliv funkce

- Obecně má vlnová rovnice i další členy (útlumový činitel, disperzní, nelineární, ...)

Postupné vlny

- Popíšeme pomocí funkce $y(x, t)$
- Velmi důležitý typem vln – vlny harmonické (např. sin), každou funkci vyjádříme pomocí Fourierovy řady
- Sinusová vlna

$$y(x, t) = y_m \cdot \sin(kx - \omega t) \quad (PV)$$

Pozn.: y_m amplituda
 k úhlový vlnčet
 ω úhlová frekvence

- Zvolíme $t=0$ v (PV), dostaneme prostorové rozložení vlny v tomto čase

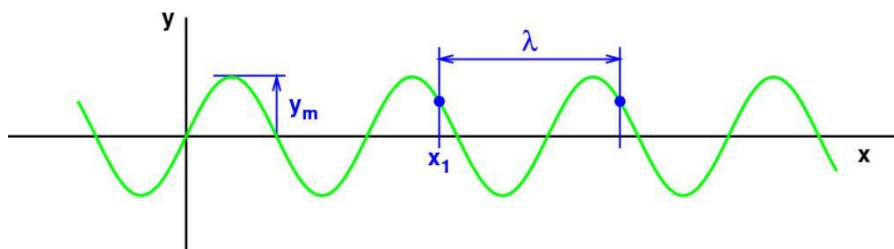
$$y(x, 0) = y_m \cdot \sin kx$$

- Vlnová délka λ je nejmenší vzdálenost, v níž se opakuje tvar vlny
- Výchylka v bodě x_1 a $x_1 + \lambda$ musí být stejná

$$y_m \cdot \sin kx_1 = y_m \cdot \sin k(x_1 + \lambda) = y_m \cdot \sin kx + k\lambda$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Prostorové rozložení výchylky sinusové vlny pro $t = 0$



Perioda kmitů vlny T

- Nejkratší doba za kterou je stav částice stejný (poloha a rychlost je stejná)
- Dosadíme $x=0$ do (PV)

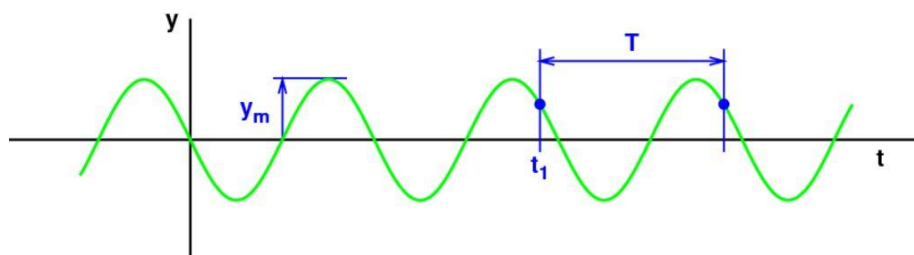
$$y(x = 0, t_1) = y(x = 0, t_1 + T) = y_m \cdot \sin(-\omega \cdot t_1) = y_m \cdot \sin(-\omega \cdot t_1 - \omega \cdot T)$$

Pozn.: $\omega T = 2\pi$ y_m - amplituda

- Podmínka periodicity $\omega T = 2\pi$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Časová závislost výchylky částice v bodě $x = 0$ při průchodu sinusové vlny



Rychlost postupné vlny v

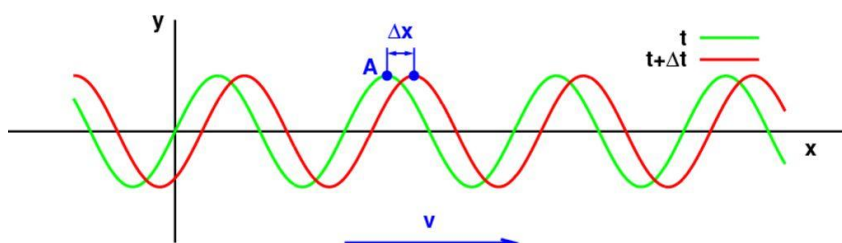
- $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$
- Bod A není pevně spojen s žádnou částicí prostředí
- V bodě A zůstává fáze vlny konstantní

$k \cdot x - \omega \cdot t = \text{konst.}$; zderivujeme podle času

$$k \cdot \frac{dx}{dt} - \omega \cdot \frac{dt}{dt} = 0 \Rightarrow v = \frac{\omega}{k} = \frac{\frac{2\pi}{T}}{\frac{2\pi}{\lambda}} = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$$

- Fáze urazí vlnovou délku za jednu periodu

Postupná vlna v časech t a $t + \Delta t$



Princip superpozice

- Platí v **lineárním** případě
- Prostorem postupuje N vln; výchylky $y_1, y_2, y_3 \dots y_N$
- Výsledná vlny

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^N y_i(x, t)$$

Stojaté vlny

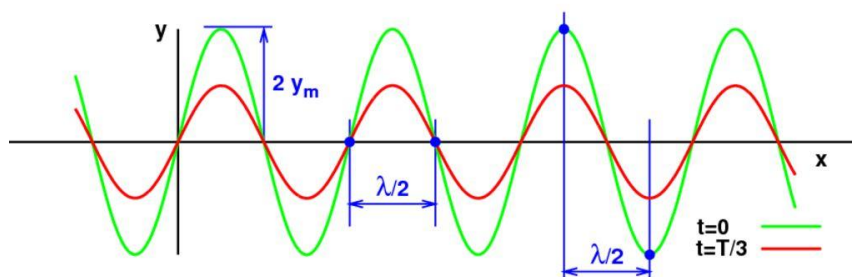
- Dvě postupné sinusové vlny postupují proti sobě
- Výsledná vlna:

$$y(x, t) = y_m \cdot \sin(kx - \omega t) + y_m \cdot \sin(kx + \omega t)$$

$$\begin{aligned} \text{Použijem vztah } \sin\alpha + \sin\beta &= 2\sin\frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha - \beta}{2} \\ &= 2 \cdot y_m \cdot \sin\frac{kx - \omega t + kx + \omega t}{2} \cdot \cos\frac{kx - \omega t - kx - \omega t}{2} = \\ &= 2 \cdot y_m \cdot \sin kx \cdot \cos\omega t \end{aligned}$$

(SV) stojatá vlna
- nikam se nepohybuje

Stojatá vlna v časech $t = 0$ a $t = T/3$



Poloha uzlů

- Musí platit $\sin kx = 0 \Rightarrow kx = n \cdot \pi$; $n = 0, 1, 2, \dots$

$$x = n \cdot \frac{\pi}{k} = n \cdot \frac{\pi}{\frac{2\pi}{\lambda}} = n \cdot \frac{\lambda}{2}$$

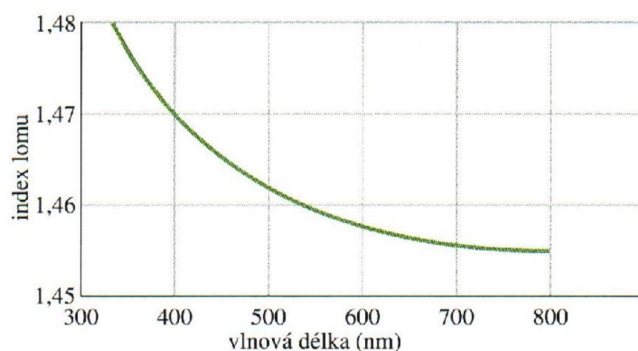
Poloha kmiten

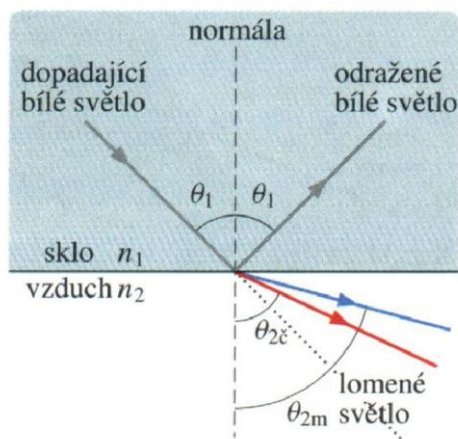
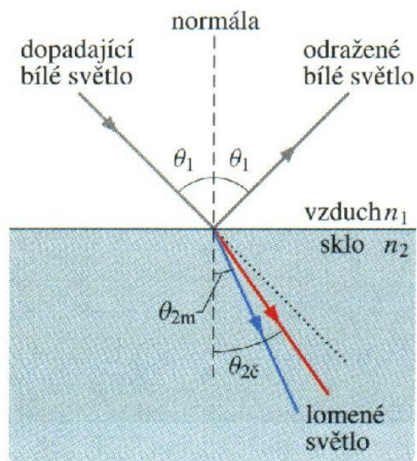
$$|\sin kx| = 1 \Rightarrow kx = \frac{\pi}{2} + n \cdot \pi = \pi \cdot \left(n + \frac{1}{2}\right)$$

$$x = \frac{\pi}{k} \left(n + \frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{(2\pi/\lambda)} \cdot \left(n + \frac{1}{2}\right) = \underline{\underline{\left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2}}}$$

Vlny s disperzí

- Disperze zaostává, pokud je fázová rychlost závislá na frekvenci vlny





- Disperzní vztah $F(\omega, k) = 0$

a) Bezdisperzní případ

$$y = y_m \cdot \sin(kx - \omega t) = \text{Im}[y_m \cdot e^{j(kx - \omega t)}]$$

Dosadíme do (VR1)

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$$

$$-k^2 y + \frac{1}{c^2} \omega^2 y = 0 \Rightarrow \omega = k \cdot c$$

- disperzní vztah pro
Případ bez disperze

$$v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{k \cdot c}{k} = c$$

- rovnice pro tuhé systémy

b) Slabá disperze:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \alpha \cdot \frac{\partial^4 y}{\partial x^4}$$

$$-k^2 y + \frac{1}{c^2} \omega^2 y = \alpha \cdot k^4 \cdot y$$

$$\omega^2 = c^2 \cdot k^2 \cdot (1 + \alpha \cdot k^2) \Rightarrow \omega = k \cdot c \cdot \sqrt{1 + \alpha \cdot k^2}$$

α je malé, použijeme $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}$

$$\omega = k \cdot c \left(1 + \alpha \cdot \frac{k^2}{2} \right) = kc + k^3 \cdot c \cdot \alpha \cdot \frac{1}{2} = kc - dk^3$$

- Disperzní vztah
pro slabé disperzní
systémy

$$v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{kc - dk^3}{k} = c - dk^2$$

Rychlost vlny

Fázová rychlost v_f

- v_f určuje rychlost, jakou se přesouvají **body stejné fáze**
- v_f může být i větší než rychlost světla ve vakuu
- vlny o **různých frekvencích** mohou mít v disperzním prostředí **různé fázové rychlosti**
- interferencí postupných vln s různými frekvencemi vznikne **výsledná vlna**

$$v_f = \frac{\omega}{k}$$

Grupová rychlost v_g

- v_g je rychlost šíření (obálky) amplitudy této **výsledné vlny**
- v_g odpovídá rychlosti **šíření energie** (tj. **rychlosti šíření signálu**) v daném směru
- v_g **nemůže být větší** než je rychlost světla ve vakuu
- v_g označujeme také jako **skupinová rychlost**

$$v_g = \frac{d\omega(k)}{dk}$$

Rozdělení disperzních jevů

$$\omega = v_f \cdot k \quad (*)$$

$$v_g = \frac{d(v_f \cdot k)}{dk} = v_f + \frac{dv_f}{dk} \cdot k = v_f + \frac{dv_f}{d\omega} \left(\frac{d\omega}{dk} \right) k$$

$$v_g - v_g \cdot k \cdot \frac{dv_f}{d\omega} = v_f \quad \rightarrow \quad v_g = \frac{v_f}{1 - k \cdot \frac{dv_f}{d\omega}}$$

Normální disperze

- fázová rychlost v_f **klesá** s rostoucí frekvencí
- platí tedy $\frac{dv_f}{d\omega} < 0$
- fázová rychlost je větší než grupová $v_f > v_g$

Anomální disperze

- fázová rychlost v_f **roste** s rostoucí frekvencí
- platí tedy $\frac{dv_f}{d\omega} > 0$
- fázová rychlost je menší než grupová $v_f < v_g$

Bonus: Solitární vlny - využití hlavně v telekomunikaci
- objevil Scott Russel

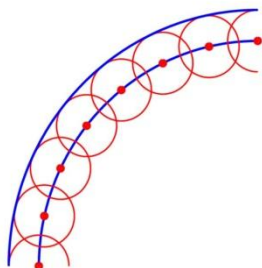


Huygensova vlnová teorie

- Sestavil ji holandský fyzik **Christian Huygens** v roce 1678
- Je založena na **geometrické konstrukci**, které umožňuje stanovit, kde se bude nalézat vlnoplocha v libovolném čase, jestliže známe její současnou polohu
- Není tak rozsáhlá jako pozdější Maxwellova elektromagnetická teorie, ale je **matematicky podstatně jednodušší**
- Stále se používá

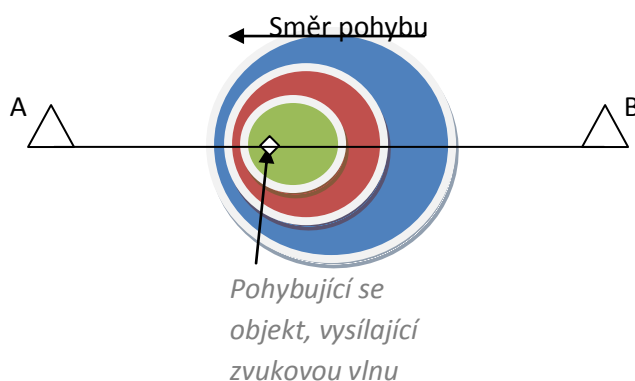
Huygensův princip

- Všechny body na vlnoploše se chovají jako bodové zdroje **sekundárních kulových vlnoploch**
- Po nějakém čase bude nová vlnoplocha dána plochou **tečnou** k těmto vlnoplochám



Dopplerův jev

- Obecně zdroj vln se pohybuje vůči přijímači
- Zdroj vysílá frekvenci f a přijímač přijímá jinou frekvenci f'



- Je objevil (ale nevysvětlil) J.CH.Doppler
- Využívá se při měření rychlosti

Dopplerův jev pro pohyblivý zdroj

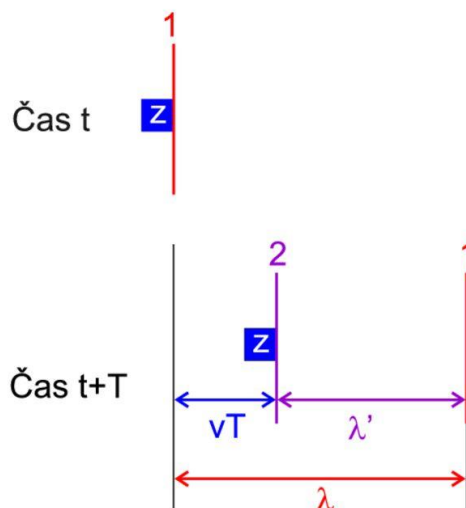
- Pozorovatel je na místě a pohybuje se zdroj
- Prostředím se šíří frekvence f' a vlnovou délkou λ' , různé od f, λ na kterých kmitá zdroj
- Čas t : Zdroj vyšle vlnoplochu 1
Čas $t+T$: Zdroj vyšle vlnoplochu 2

$$\lambda = \lambda' + v \cdot T \quad ; \quad \frac{c}{f} = \frac{c}{f'} + \frac{v}{f}$$

$$\frac{c}{f'} = \frac{c}{f} - \frac{v}{f} = \frac{c-v}{f}$$

$$\frac{f'}{c} = \frac{f}{c-v} \quad \rightarrow \quad f' = \frac{c}{c-v} \cdot f$$

Dopplerův jev pro pohyblivý zdroj



Dopplerův jev pro pohyblivého pozorovatele

- Pozorovatel vnímá f' a λ' , které jsou různé
Od f a λ , které se prostředím skutečně šíří
- V čase t : pozorovatel přijme vlnoplochu 2
V čase $t+T'$: přijme vlnoplochu 1, v místě posunutém o $u \cdot T'$

Pozn.: u – rychlost pozorovatele

- Pro vlnové délky platí:

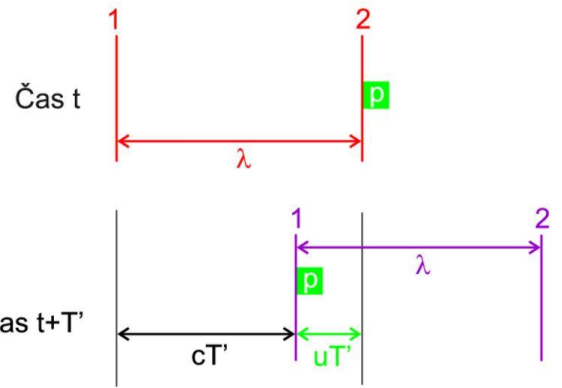
$$\lambda = c \cdot T' + u \cdot T'$$

$$\frac{c}{f'} = \frac{c}{f'} + \frac{u}{f'} = \frac{c+u}{f'}$$

→

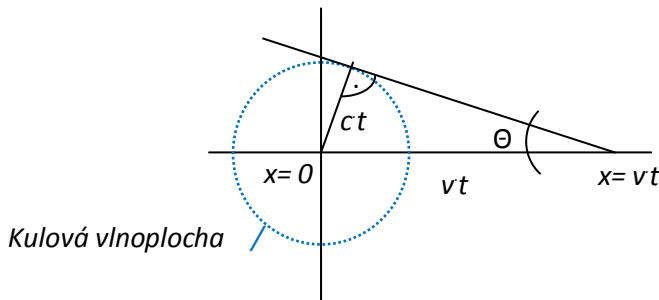
$$f' = f \cdot \frac{c+u}{c}$$

Dopplerův jev pro pohyblivého pozorovatele



Pohyb zdroje nadzvukovou rychlostí

- Vlnoplochy se hromadí na obálce ve tvaru kužele (Machův kužel)
- Objevil Ernst Mach – vědec z Brna
- Povrch Machova kužele vytváří rázovou vlnu (např. při úderu blesku, po přeletu nadzvukového letadla)

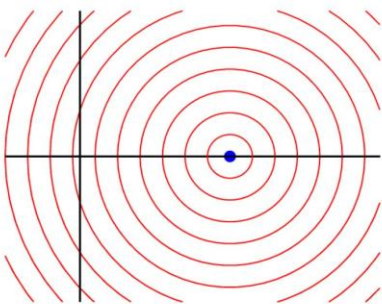


$$\sin \theta = \frac{c \cdot t}{v \cdot t}$$

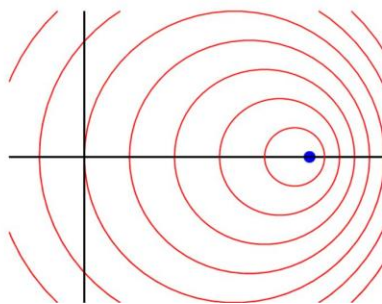
-rychlost pohybu je větší než rychlost šíření zvuku

- Machovo číslo $M = \frac{v}{c}$

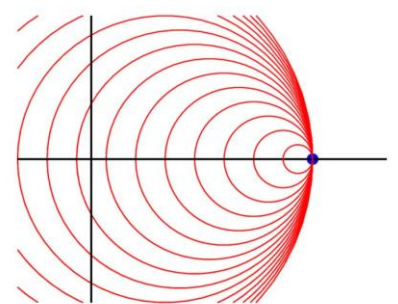
Rozložení vlnoploch pro rychlost zdroje $v = 0$



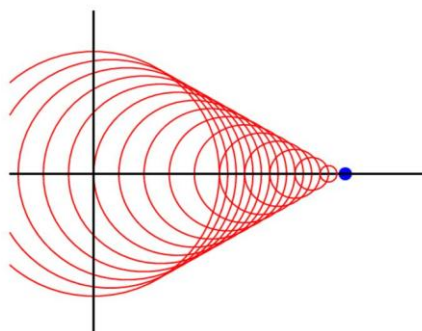
Rozložení vlnoploch pro rychlost zdroje $v = c/2$



Rozložení vlnoploch pro rychlost zdroje $v = c$



Rozložení vlnoploch pro rychlost zdroje $v = 2c$



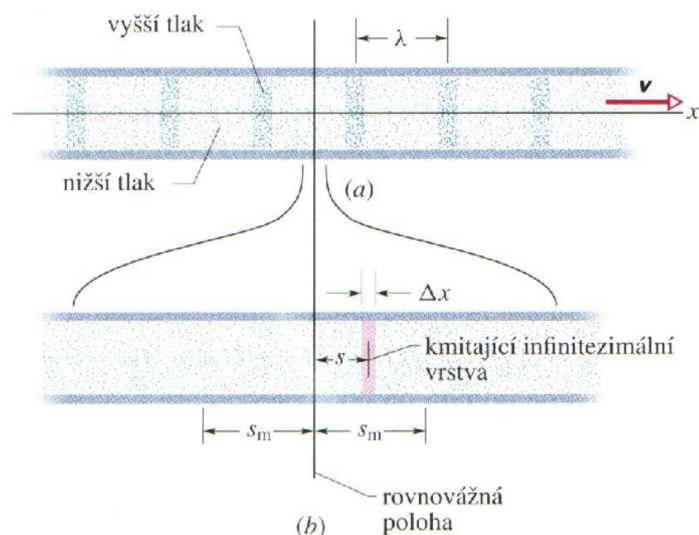
Zvukové vlny

Zvuk

- Zvuk je tvořen **mechanickými vlnami** (šíří se jen v látkovém prostředí)
- Zvukové vlny jsou v **kapalinách a plynech podélné**
- Zvukové vlny v **pevných látkách jsou příčné i podélné**

Frekvenční zvukové oblasti

- Zvuk o frekvenci nižší než 20 Hz nazýváme **infrazvuk**
- Zvukové vlny v rozsahu 20 Hz- 20 kHz se nachází ve **slyšitelné oblasti**
- Zvuk s frekvencí více než 20 kHz označujeme jako **ultrazvuk**



Akustická výchylka

$$s(x, t) = s_m \cdot \cos(kx - \omega t) \quad ZV1$$

Akustická rychlost

$$v(x, t) = \frac{\delta s}{\delta t} = s_m \cdot \omega \cdot \sin(kx - \omega t) \quad AR$$

Akustický tlak , impedanční vztah

$$\Delta p = \rho \cdot c \cdot v \quad IV$$

Pozn.: ρ Hustota

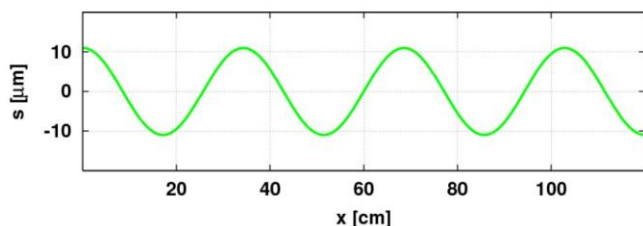
C Rychlost šíření zvuku

- Dosadíme AR do IV:

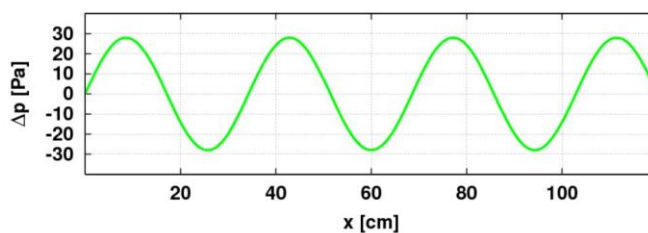
$$\Delta p = \rho \cdot c \cdot s_m \cdot \omega \cdot \sin(kx - \omega t)$$

Δp_m

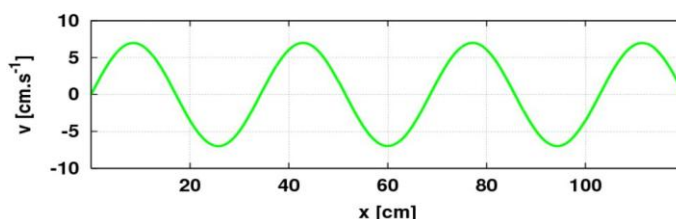
Výchylka zvukové vlny pro $L_p = 120$ dB, frekvence $f = 1000$ Hz, čas $t = 0$ s



Akustický tlak ve zvukové vlně pro $L_p = 120$ dB, frekvence $f = 1000$ Hz, čas $t = 0$ s



Akustická rychlost ve zvukové vlně pro $L_p = 120$ dB, frekvence $f = 1000$ Hz, čas $t = 0$ s



Hladinové vyjádření akustických veličin

Toto vyjádření vychází z **logaritmu dané veličiny, vztažené k referenční hodnotě**

Důvody pro zavedení

1) Rozsah akustických veličin

Akustické veličiny, které se používají pro popis zvukového pole, nabývají hodnot v **rozsahu několika řádů**:

- Nejtišší slyšitelné zvuky odpovídají akustickému tlaku asi 10^{-5} Pascalu
- Běžný hovor způsobuje akustický tlak setiny Pascalu
- Rocková skupina při koncertu vytváří jednotky Pascalu
- Při startu rakety Saturn 5 je to asi 63 kPa

2) Weberův-Fechnerův zákon

- Vyplyvá z něj **logaritmická závislost mezi vjemem a fyzikální veličinou**, která je způsobila
- Přibližujeme se tak **fyzilogickým vlastnostem** sluchu

Hladina akustického tlaku L_p

$$L_p = 20 \log \frac{\Delta p}{p_0} \quad [dB]$$

$$p_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \quad \dots \text{ještě slyšitelná}$$

- Měříme zvukoměrem pomocí mikrofonu

Hladina akustické intenzity L_I (level of Intenzity)

$$L_I = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad [dB]$$

Pozn.: I – intenzita měřené vlny
 $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$

- Měření pomocí akustické sondy
- Ve volném poli (venku, ne v místnosti) je $L_I \approx L_p$ s chybou 0,2 dB

Elektromagnetické vlny

Elektromagnetické spektrum

Nazývá se také **Maxwellova duha**

Základní vlastnosti elektromagnetického spektra

- Vlnové délky spektra **nemají** žádnou principiální **dolní ani horní hranici**
- Současný známý rozsah spektra je zhruba **10^8 m až 10^{-14} m**
- Spektrum má **otevřené konce**
- Ve spektru nejsou **žádné** mezery
- Elektromagnetické vlny z **libovolné části spektra** se šíří vakuem stejnou rychlostí **c**

Integrální tvar Maxwellových rovnic

$$\oint_{(l)} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_{(S)} \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S} \quad (1)$$

$$\oiint_{(S)} \vec{D} \cdot d\vec{S} = \iiint_{(V)} \rho \, dV \quad (2)$$

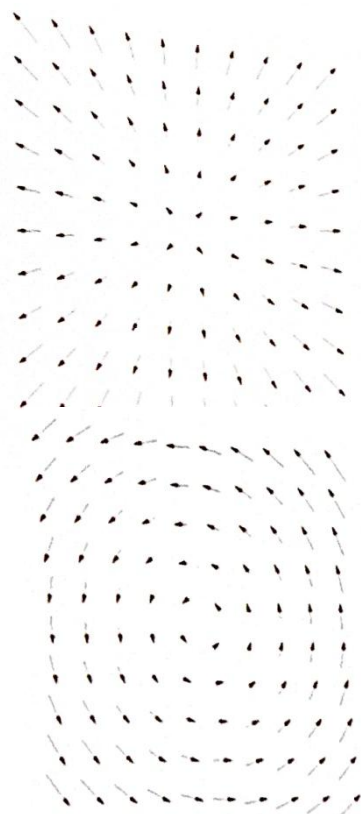
$$\oint_{(l)} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \iint_{(S)} \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (3)$$

$$\oiint_{(S)} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (4)$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \quad \vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M}$$

Operátory

- Divergence – hustota zdrojů (*div*)
- Rotace – úhlová rychlost (*rot*)



$$\vec{K} = (y, x, 0)$$

$$\operatorname{div} \vec{K} = \frac{\delta K_x}{\delta x} + \frac{\delta K_y}{\delta y} + \frac{\delta K_z}{\delta z} = 2$$

$$\operatorname{rot} \vec{K} = \left(\frac{\delta K_z}{\delta y} - \frac{\delta K_y}{\delta z}, \frac{\delta K_x}{\delta z} - \frac{\delta K_z}{\delta x}, \frac{\delta K_y}{\delta x} - \frac{\delta K_x}{\delta y} \right) = (0, 0, 0)$$

$$\vec{K} = (-y, x, 0)$$

$$\operatorname{div} \vec{K} = \frac{\delta K_x}{\delta x} + \frac{\delta K_y}{\delta y} + \frac{\delta K_z}{\delta z} = 0$$

$$\operatorname{rot} \vec{K} = \left(\frac{\delta K_z}{\delta y} - \frac{\delta K_y}{\delta z}, \frac{\delta K_x}{\delta z} - \frac{\delta K_z}{\delta x}, \frac{\delta K_y}{\delta x} - \frac{\delta K_x}{\delta y} \right) = (0, 0, 2)$$

Gaussova věta

$$\iiint_{(V)} \operatorname{div} \vec{A} \cdot dV = \oiint_{(S)} \vec{A} \cdot d\vec{S}$$

Stokesova věta

$$\oint_{(L)} \vec{A} \cdot d\vec{t} = \oiint_{(S)} \operatorname{rot} \vec{A} \cdot d\vec{S}$$

Převod Maxwellových rovnic z integrálního na diferenciální tvar**1) Ampérův-Maxwellův zákon**

$$\oint_{(L)} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_{(S)} \left(\vec{j} + \frac{\delta \vec{D}}{\delta t} \right) \cdot d\vec{S} \quad \dots \text{levou stranu pomocí Stokesovy věty}$$

$$\iint_{(S)} \operatorname{rot} \vec{H} \cdot d\vec{S} = \iint_{(S)} \left(\vec{j} + \frac{\delta \vec{D}}{\delta t} \right) \cdot d\vec{S}$$

$$\Rightarrow \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\delta \vec{D}}{\delta t} \quad (1)$$

Pozn.: - ve vzorcích je malé j

2) Gaussův zákon pro elektrické pole

$$\oiint_{(S)} \vec{D} \cdot d\vec{S} = \iiint_{(V)} \rho \cdot dV \quad \dots \text{levá strana podle Gaussovy věty}$$

$$\iiint_{(V)} \operatorname{div} \vec{D} \cdot dV = \iiint_{(V)} \rho \cdot dV$$

$$\Rightarrow \operatorname{div} \vec{D} = \rho \quad (2)$$

3) Faradayův zákon elm. indukce

$$\oint_{(L)} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \iint_{(S)} \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad \dots \text{levá strana podle Stokesovy věty}$$

$$\iint_{(S)} \operatorname{rot} \vec{E} \cdot d\vec{S} = - \frac{d}{dt} \iint_{(S)} \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$\Rightarrow \operatorname{rot} \vec{E} = - \frac{\delta \vec{B}}{\delta t} \quad (3)$$

4) Gaussův zákon pro mag. pole

$$\oiint_{(S)} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad \dots \text{levou stranu pomocí Gaussovy věty}$$

$$\iiint_{(V)} \operatorname{div} \vec{B} \cdot dV = 0$$

$$\Rightarrow \operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (4)$$

Obecně: $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$
 $\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M}$

Diferenciální tvar Maxwell. rovnice pro vakuum

- $\vec{j} = 0$, $\rho = 0$, $\vec{P} = \vec{0}$, $\vec{M} = \vec{0}$ použijeme v (1) – (4):

$$(1)' \quad \operatorname{rot} \frac{1}{\mu_0} \vec{B} = \varepsilon_0 \frac{\delta \vec{E}}{dt} \Rightarrow \operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\delta \vec{E}}{dt}$$

$$(2)' \quad \operatorname{div} \varepsilon_0 \vec{E} = 0 \Rightarrow \operatorname{div} \vec{E} = 0$$

(3) a (4) se nezmění

Vlnová rovnice pro \vec{E}

- Provedeme rotaci (3)

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\delta}{\delta t} \operatorname{rot} \vec{B}$$

$$\operatorname{grad}(\operatorname{div} \vec{E}) - \Delta \vec{E} = -\frac{\delta}{\delta t} \left(\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\delta \vec{E}}{dt} \right)$$

=0 podle (2)'

$$\Delta \vec{E} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\delta^2 \vec{E}}{dt^2} = 0$$

= $1/c^2$

...VLNOVÁ ROVNICE PRO \vec{E}

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$$

Postupná elmag. Vlna

- Elektrická složka $\vec{E} = \vec{E}_m \sin(kx - \omega t) = (E_{mx}, E_{my}, E_{mz}) \sin(kx - \omega t)$
- Magnetická složka $\vec{B} = \vec{B}_m \sin(kx - \omega t) = (B_{mx}, B_{my}, B_{mz}) \sin(kx - \omega t)$

Směr kmitů

- použijeme rovnice (2)' na \vec{E}

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{E} = 0 &= \frac{\delta E_x}{\delta x} + \frac{\delta E_y}{\delta y} + \frac{\delta E_z}{\delta z} = \\ &= \frac{\delta}{\delta x} \vec{E}_{mx} \sin(kx - \omega t) + \frac{\delta}{\delta y} \vec{E}_{my} \sin(kx - \omega t) + \frac{\delta}{\delta z} \vec{E}_{mz} \sin(kx - \omega t) = \\ &= \vec{E}_m k \cos(kx - \omega t) = 0 \Rightarrow E_{mx} = 0 \end{aligned}$$

- Vlny jsou příčné $E_{mx}=0$, $B_{mx}=0$

$$\vec{E} = (0, E_{my}, E_{mz}) \sin(kx - \omega t)$$

$$\vec{B} = (0, B_{my}, B_{mz}) \sin(kx - \omega t)$$

Rotace v kartézských souřadnicích

$$(\text{rot } \vec{A})_x = \frac{\delta A_z}{\delta y} - \frac{\delta A_y}{\delta z} \quad (1)$$

$$(\text{rot } \vec{A})_y = \frac{\delta A_x}{\delta z} - \frac{\delta A_z}{\delta x} \quad (2)$$

$$(\text{rot } \vec{A})_z = \frac{\delta A_y}{\delta x} - \frac{\delta A_x}{\delta y} \quad (3)$$

Odvození:

- složka x

$$\frac{\delta E_z}{\delta y} - \frac{\delta E_y}{\delta z} = - \frac{\delta B_x}{\delta t}$$

\nearrow \nearrow \nearrow
 $=0$ $=0$ $=0$

- složka y

$$\frac{\delta E_x}{\delta z} - \frac{\delta E_z}{\delta x} = -E_{mz} \cdot k \cdot \cos(kx - \omega t) = - \frac{\delta B_y}{\delta t} = B_{my} \cdot \omega \cdot \cos(kx - \omega t)$$

\nearrow
 $=0$

- složka z

$$\frac{\delta E_y}{\delta x} - \frac{\delta E_x}{\delta y} = E_{my} \cdot k \cdot \cos(kx - \omega t) = - \frac{\delta B_z}{\delta t} = B_{mz} \cdot \omega \cdot \cos(kx - \omega t)$$

\nearrow
 $=0$

→

$$-E_{mz} \cdot k = B_{my} \cdot \omega \quad (1)$$

$$E_{my} \cdot k = B_{mz} \cdot \omega \quad (2)$$

- Sečteme (1)² + (2)²:

$$E_{mz}^2 \cdot k^2 + E_{my}^2 \cdot k^2 = B_{my}^2 \cdot \omega^2 + B_{mz}^2 \cdot \omega^2$$

$$k^2 (E_{mz}^2 + E_{my}^2) = \omega^2 (B_{my}^2 + B_{mz}^2)$$

- Odmocníme

$$k \cdot E_m = \omega \cdot B_m \quad \rightarrow \quad \frac{E_m}{B_m} = \frac{\omega}{k} = c$$

- Poměr intenzit

$$\frac{E_m}{H_m} = \frac{E_m}{\frac{1}{\mu_0} B_m} = \mu_0 \cdot c = \mu_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \epsilon_0}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 377 \, \Omega$$

Wlnový odpor vakua

- Vynásobíme (1) a (2) E_{mz} a sečteme

$$\begin{aligned} (-E_{mz} \cdot E_{my} + E_{my} \cdot E_{mz})k &= E_{my} \cdot B_{my} \cdot \omega + B_{mz} \cdot E_{mz} \cdot \omega \\ \rightarrow E_{my} \cdot B_{my} + E_{mz} \cdot B_{mz} &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

- Platí, že E je kolmá na B
aby to platilo musí $\vec{E} \cdot \vec{B} = 0$

$$\begin{aligned} (0, E_{my}, E_{mz}) \sin(kx - \omega t) \cdot (0, B_{my}, B_{mz}) \sin(kx - \omega t) &= 0 \\ E_{my} B_{my} + E_{mz} B_{mz} &= 0 \end{aligned} \quad \text{to je (3)}$$

Přenos energie elmag. vlnou

- Plošná hustota přenášeného výkonu je popsána Poyntingovým vektorem

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} = (\text{ve vakuu}) = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \quad [S] = \frac{W}{m^2}$$

- Směr \vec{S} udává směr šíření vlny a směr šíření energie
- Velikost

$$|\vec{S}| = \frac{1}{\mu_0} E \cdot B \cdot \sin \frac{\pi}{2} = \frac{1}{\mu_0 \cdot c} \cdot E^2$$

- Časová střední hodnota S

$$\vec{S} = \dots = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{\mu_0 \cdot c} \cdot E^2 dt = \frac{1}{\mu_0 \cdot c} \left(\frac{1}{T} \int_0^T E dt \right)$$

Vlastnosti elektromagnetické vlny

Každá elektromagnetická vlna má tyto vlastnosti:

- \vec{E} i \vec{B} jsou kolmé na směr šíření vlny. Elektromagnetická vlna je **příčná**
- \vec{E} je **kolmá** na \vec{B}
- Vektorový součin $\vec{E} \times \vec{B}$ udává **směr šíření vlny**
- Je-li vlna harmonická, mají \vec{E} i \vec{B} **stejnou frekvenci** a jsou **ve fázi**

Kvantová fyzika

- Jeden z hlavních směrů rozvoje současné fyziky
- Byly již vytvořeny modely chování kondenzovaných soustav (pevné látky a kapaliny)

Vlastnosti světla

Světlo jako vlnění

- Světlo lze popsat jako vlnu s vlnovou délkou λ a frekvencí f
- Pomocí Maxwellových rovnic lze popsat světlo jako **elektromagnetickou vlnu**
- Lze ukázat, že tato elektromagnetická vlna se šíří rychlostí c
- Světlo je součástí **elektromagnetického spektra**

Světlo jako proud částic

- Světlo nepředává svou energii spojitě, ale **diskrétně po kvantech**
- Tato kvanta nazýváme **fotony**
- Existence kvant **nijak neplyne** z Maxwellových rovnic

FOTONY

- Existenci fotonu postuloval **Albert Einstein**

Základní vlastnosti fotonů:

- Foton je **nejmenší možný** díl elektromagnetického pole
- Elektromagnetické pole se **skládá z fotonů**
- Foton je jedna z **elementárních částic**
- Pohybuje se rychlostí světla c , nemůže existovat v klidu
- **Má** jen relativistickou hmotnost, **nemá** klidovou hmotnost

Vlnově-částicový dualismus fotonu

- Foton má jak vlnovou, tak částicovou povahu
- Může se proto projevat jako vlna, nebo jako částice

Příklad vlnově-částicového dualismu fotonu

- Fotografujeme digitálem náš objekt
- Obraz objektu se šíří nejprve optikou objektivu a pak dopadá na světlocitlivý prvek
- Vlnové chování: obraz objektu prochází jako vlnění optikou objektivu
- Částicové chování: obraz objektu je zachycen světlocitlivým prvkem CCD jako proud částic

Energie fotonu

$$E = h \cdot f \quad (E)$$

Pozn.: h - Planckova konstanta
 f - frekvence

Redukovaná planckova konstanta

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

Velikost hybnosti fotonu p

$$\left. \begin{aligned} p &= m \cdot v \\ E &= m \cdot c^2 \end{aligned} \right\} \rightarrow m = \frac{E}{c^2} \quad \left. \begin{aligned} p &= \frac{E}{c} = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{h}{\lambda} \end{aligned} \right\} \quad (HP)$$

Dualita částic a vln

Vysvětlení fyzikálního termínu dualita

- Obecně **jakoukoliv hmotu** lze popsat buď jako **částici** nebo jako **vlnu**
- Pro daný jev je proto nutné vždy **vybrat vhodný** (tj. správný) teoretický popis

Projev duality

- Dualita se projevuje zejména u objektů s **velmi malou hmotností**
- Např. pohybující se atom se může projevovat jako **částice** nebo jako **vlna**
- V případě vlnového chování hovoříme o **vlnách hmoty**

Vlny hmoty

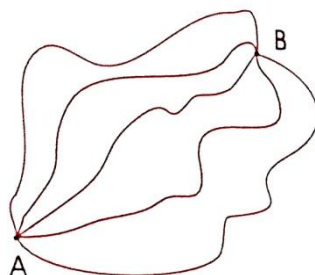
- Vlnové vlastnosti hmoty **jako první** postuloval francouzský kvantový fyzik de Broglie
 - Celým jménem **Loui Victor Pierre Raymond duc de Broglie**
 - Je to **první vědova** s Nobelovou cenou za fyziku
- Vlny hmoty také označujeme jako **de Broglieho vlny**

důležitá vlastnost:

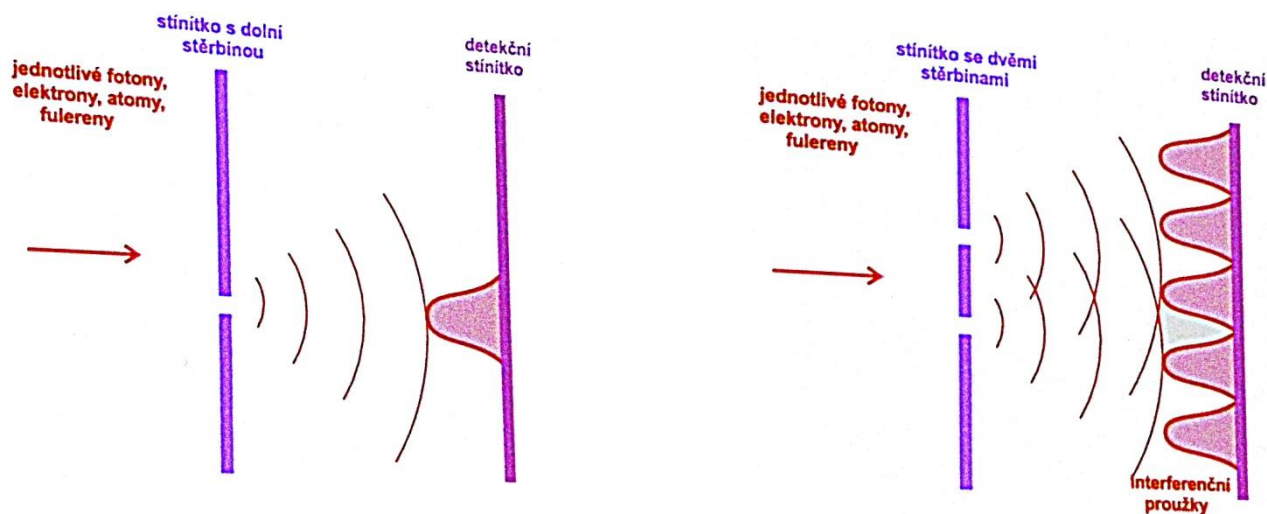
grupová rychlost vlny hmoty odpovídá rychlosti pohybu příslušné částice

$$z \text{ (HP): } \lambda = \frac{h}{p}$$

Kvantová elektrodynamika – Všechny dráhy sečteme pomocí Feynmanova dráhového integrálu



Pokus:



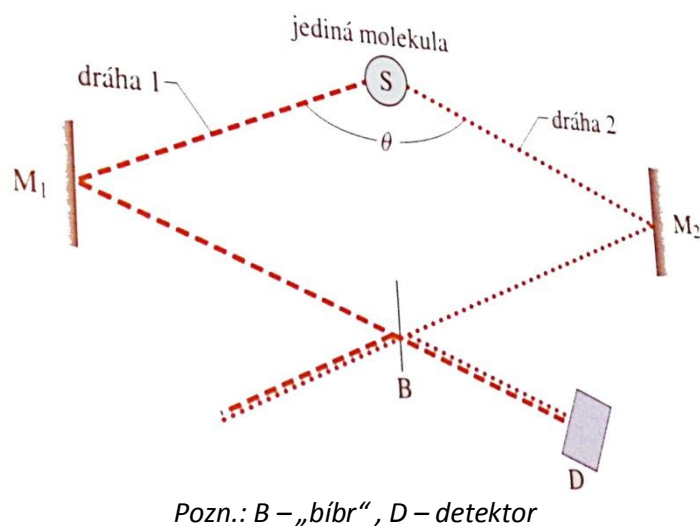
- dualismus – prokázáno pro fulleren (1999)

Interferenční obrazec na dvouštěrbině



- elektrony se chovají při svém šíření jako vlny

Světlo fotonu se pohybuje po dvou vzdálených drahách a interaguje samo se sebou na detektor D



Vlnová funkce ψ

- ψ (psi) popisuje de-Broghlieho vlnu
- $\psi(x, y, z, t)$, obecně je ψ komplexní číslo
- v konzervativní soustavě, lze separovat časové a prostorové proměnné

$$\psi = \psi(x, y, z) \cdot e^{-j\omega t}$$
- podle interpretace Maxe Borna: ψ popisuje hustotu pravděpodobnosti polohy částice
- pravděpodobnost nalezení částice v objemu V

$$P = \int_{(V)} |\psi|^2 dV$$

- normalizační podmínka

$$\int_{(V)} |\psi|^2 dV = 1$$

Schrödingerova rovnice ψ (S1)

- popisuje de-Broghlieho vlny
- je to centrální rovnice kvantové fyziky
- (S1) nelze odvodit z obecnější rovnice
- Nerelativistický tvar:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + V \cdot \psi = j \cdot \hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (S1)$$

Pozn.: Přeškrtnuté \hbar – redukovaná Planckova konstanta, j – komplexní jednotka, V – potenciální energie, m – hmotnost, E – celková energie

- Kartézská soustava, směr x:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V\psi = j \cdot \hbar \cdot \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (S1a)$$

Pozn.: $j^2 = -1$, \hbar – redukovaná Planckova konstanta, j – komplexní jednotka,
 V – potenciální energie, m – hmotnost,

- Po dosazení (VF) do (S1a) dostaneme:

(časově nezávislý tvar)

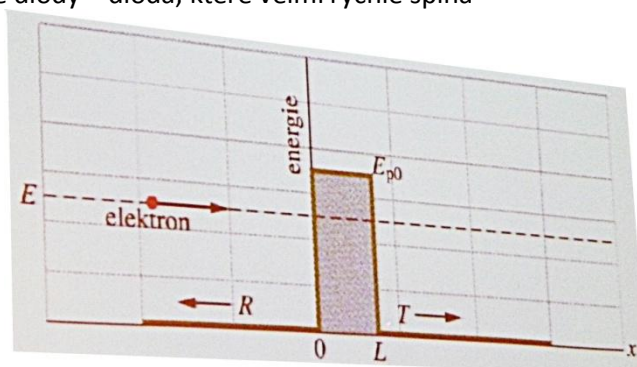
$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + V\psi = E\psi \quad (S2)$$

Heizebergův princip neurčitosti

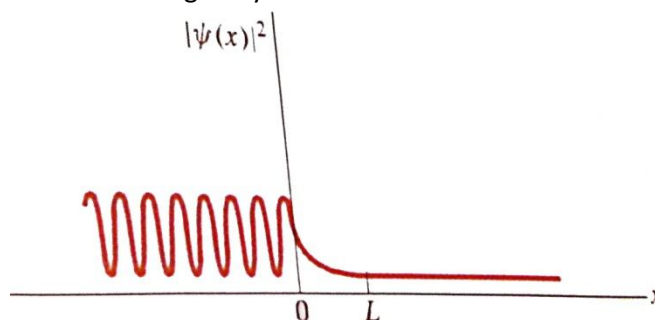
- Nelze současně zcela přesně určit polohu částice a hybnost částice
 Δx – principální přesnost určení polhy (neurčitost určení x)
 Δp – principální přesnost určení hybnosti

$$\begin{aligned} \Delta x \Delta p_x &\geq \hbar \\ \Delta y \Delta p_y &\geq \hbar \\ \Delta z \Delta p_z &\geq \hbar \end{aligned} \quad (\text{HPN})$$

- HPN je principiální omezení nelze odstranit lepším měřícím přístrojem
- Typický jev popsateľný jen kvantovou fyzikou je tunelový jev
 Princip tunelové diody – dioda, které velmi rychle spíná



Popis pomocí Schrödingerovy rovnice



Relativita

Klasická Newtonova mechanika

Základní rysy

- Newtonovy rovnice popisují **mechanické děje**
- Newtonovská mechanika má také **velmi elegantní** matematickou podobu
 - **Lagrangeův** formalismus
 - **Hamiltonův** formalismus
- Výsledky Newtonovské mechaniky jsou experimentálně **dobře potvrzeny**

Absolutní čas

- Absolutní čas je **matematický čas**
- Plyne sám od sebe **rovnoměrně**
- Nemá **žádný vztah** k jakémukoliv vnějšímu předmětu
- **Nezávislý parametr**, kterým lze měřit trvání výstupů a dějství přírodního dramatu

Absolutní prostor

- Absolutní prostor je stále **stejný a nehybný**
- Nemá **žádný vztah** k jakémukoliv vnějšímu předmětu
- Představuje pro fyzikální děj **jeviště bez kulis**

Galileův princip relativity

- V **různých** inerciálních soustavách máme **stejná** časová i prostorová měřítka (absolutní čas a prostor)
- Mechanické děje probíhají ve **všech inerciálních vztažných soustavách stejně**
- Pomocí mechanických experimentů **nelze tyto soustavy odlišit**
- Při přechodu mezi dvěma inerciálními soustavami se v **Newtonově mechanice** transformují souřadnice podle Galileovy transformace
- Tj. Newtonovy rovnice **jsou invariantní** vůči Galileovým transformacím
- Galileova transformace je **přijatelná** zdravým lidským rozumem (ZLR)

Maxwellovy rovnice

- Popisují **elektromagnetické děje**
- Matematicky jsou **ještě elegantnější**, než rovnice mechaniky
- Výsledky plynoucí z Maxwellových rovnic jsou experimentálně **dobře potvrzeny**

Invariance Maxwellových rovnic

- Maxwellovy rovnice **se mění** při Galileových transformacích
- Maxwellovy rovnice **nejsou invariantní** vůči Galileovým transformacím
- Maxwellovy rovnice **jsou invariantní** vůči Lorentzovým transformacím

Lorentzovy transformace

- V **různých** inerciálních soustavách máme **různá** měřítka času a prostoru
- Čas zde **není nezávislým parametrem**, ale stává se jednou ze souřadnic
- Při přechodu mezi dvěma inerciálními soustavami se **Maxwellovy rovnice** transformují podle Lorentzovy transformace
- Pro $v \ll c$ limitně přecházejí na **Galileovy transformace**
- Lorentzova transformace je v **rozporu** se zdravým lidským rozumem

Speciální teorie relativity

Základní postuláty

- 1) **Einsteinův princip relativity:**
Všechny fyzikální zákony mají stejný tvar ve všech inerciálních vztažných soustavách
- 2) **Princip stálosti rychlosti světla:**
Světlo se šíří ve vakuu stejnou rychlostí ve všech inerciálních vztažných soustavách

Lorentzova transformace

- S, S' ... inerciální vztažné soustavy
 S ... klidová, S' ... rychlost v ve směru x
- Počátky soustav se kryjí v $t = t' = 0$
- V tomto čase vyšleme světelný puls ve směru x

- Podle postulátu 2: čelo pulzu

$$x = c \cdot t \quad , \quad x' = c \cdot t' \quad (1)$$

- Transformaci hledáme ve tvaru:

$$x' = a \cdot x + b \cdot t \quad (2)$$

$$t' = d \cdot x + e \cdot t \quad (3)$$

- Vytkneme a v (2):

$$x' = a \cdot \left[x + \frac{b}{a} \cdot t \right] \quad (4)$$

- Vyjádříme polohu počátku s' pomocí (4)

$$0 = a \left[v \cdot t + \frac{b}{a} \cdot t \right] \quad \rightarrow \quad v = -\frac{b}{a}$$

- (4) přejde do tvaru:

$$x' = a(x - vt) \quad (5)$$

- Inverzní transformace je identická k (5)

$$x = a(x' + v \cdot t') \quad (6)$$

- Dosadíme postulát (1) do (5)

$$c \cdot t' = a(c \cdot t - v \cdot t) = a \cdot c \cdot t \left(1 - \frac{v}{c} \right) \quad (7)$$

- dosadíme (1) do (6)

$$c \cdot t = a(c \cdot t' + v \cdot t') = a \cdot c \cdot t' (1 + \beta) \quad (8)$$

- (7) \rightarrow (8)

$$t = a^2 \cdot t(1 - \beta) \cdot (1 + \beta) = a^2(1 - \beta^2) \quad (9)$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad (10)$$

- Lorentzovy transformace prostorových souřadnic:

- (10) \rightarrow (5), (10) \rightarrow (6)

$$\boxed{x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad ; \quad x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}}} \quad (LT1)$$

a b

- Lorentzovy transformace časových souřadnic

- Vyjádříme z (LT1 b) t'
- Dosadíme do (LT1 a) a dostaneme

$$\boxed{t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad ; \quad t = \frac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \beta^2}}} \quad (LT2)$$

a b

Důsledky Lorentzových transformací

- Máme dvě události U_1, U_2
- v S : $U_1: t_1, x_1, U_2: t_2, x_2$
- v S' : $U_1: t'_1, x'_1, U_2: t'_2, x'_2$
- časový interval mezi U_1 a U_2 ze (LT2 a):

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - \frac{v}{c^2} \Delta x}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (D1)$$

- vzdálenost U_1, U_2 z (LT1 a)

$$\Delta x' = \frac{\Delta x - v \Delta t}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (D2)$$

$$\Delta x = x_2 - x_1, \quad \Delta x' = x'_2 - x'_1, \quad \Delta t = t_2 - t_1, \quad \Delta t' = t'_2 - t'_1$$

Dilatace času

- obě vzdálenosti proběhnou v počátku S'
 $\Delta x' = 0$
- dosadíme do (D2)

$$\Rightarrow \Delta x = v \cdot \Delta t \quad \text{dosadíme do (D1)}$$

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - \frac{v}{c^2} v \cdot \Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t (1 - \frac{v^2}{c^2})}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \Delta t \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Příklad:

$$\begin{aligned} \Delta t' &= \Delta t \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \\ &= 1h \quad 2h \quad = 0,5 \end{aligned}$$

(Miony- žijí ve své vlastní soustavě (velmi krátce), ale pro nás když jsme v klidu, tak existuje delší dobu na zemském povrchu)

Kontrakce délek

- v S' máme tyč o délce $\Delta l' = \lambda$... *vlastní délka*
- délka tyče v S : polohu obou konců vyjádříme ve stejném čase: $\Delta t = 0 \rightarrow (D2)$

$$\lambda = \frac{\Delta x}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Pozn.: Δx ... *vzhledem k pohybující se soustavě*, λ ... *vlnová délka*

- velmi podstatné využití je zpracování signálu z GPS
- Bez této znalosti by GPS nefungovalo

Relativistická hybnost \vec{p}

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

Pozn.: m – *relativistická hmotnost*

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Kinetická energie W_k

- W_k je práce, kterou musím vykonat na urychlení tělesa

$$\begin{aligned} W_k &= \int dA = \int \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int \frac{d\vec{p}}{dt} \cdot \vec{v} dt = \int d(m \cdot \vec{v}) \cdot \vec{v} = \int (dm \cdot \vec{v} + m \cdot d\vec{v}) \cdot \vec{v} \\ &= \int (dm \cdot v + m \cdot dv) \cdot v = \quad (\blacksquare) \end{aligned}$$

$$\text{víme: } \vec{v} \cdot \vec{v} = v \cdot v, \quad \vec{v} \cdot d\vec{v} = v \cdot dv \quad (V)$$

- Upravíme vztah pro m

$$m \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = m_0 \quad | \cdot c^2$$

$$m^2 \cdot c^2 \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = m_0^2 \cdot c^2$$

$$m^2 \cdot c^2 - m^2 \cdot v^2 = m_0^2 \cdot c^2 \quad | \text{zderivujeme}$$

$$2m \cdot dm \cdot c^2 - 2m \cdot dm \cdot v^2 - 2v \cdot dv \cdot m^2 = 0$$

$$c^2 \cdot dm = v \cdot (v \cdot dm + m \cdot dv)$$

$$(\blacksquare) = \int_{m_0}^m c^2 \cdot dm = m \cdot c^2 - m_0 \cdot c^2$$

$$\Rightarrow W_k = m \cdot c^2 - m_0 \cdot c^2$$

Celková relat.
energie

Klidová
energie

Obecná relativita

- **Princip ekvivalence** – každá hmota má gravitační projev (gravitační hmotnost) a setrvační projev (setrvačná hmotnost) a **obě hmotnosti se rovnají**

Základní postuláty

- **Obecný princip relativity:**
Všechny fyzikální zákony mají stejný tvar ve všech vztažných soustavách
- **Einsteinův princip ekvivalence:**
Všechny fyzikální děje probíhají stejně v inerciální soustavě, v níž působí homogenní gravitační pole intenzity \vec{g} a v neinerciální soustavě, pohybující se zrychlením $-\vec{g}$

Důsledky Obecné teorie relativity

1. **Stáčení drah (perihelia) planet**
 - u Merkuru činí posuv vlivem OTR 42,0" za století
 - u Venuše činí posuv vlivem OTR 8,6" za století
 - u Země činí posuv vlivem OTR 3,8" za století
2. **Ohyb světelných paprsků v blízkosti Slunce**
 - Slunce je velmi hmotné těleso – způsobuje měřitelný ohyb
 - Pro Slunce OTR předpovídá ohyb o 1,75"
 - Lze ověřit při zatmění Slunce
 - Hvězdy v těsné blízkosti zakrytého slunečního kotouče jsou posunuty ze svých obvyklých poloh
3. **Gravitační čočky**
 - Světlo ze vzdáleného kvazaru se kolem velmi hmotné galaxie pohybuje po zakřivené dráze
 - Vnímáme pak dva nebo více naprosto stejných kvazarů
 - První gravitační čočka byla objevena v roce 1979
4. **Gravitační červený posuv**
 - Závislost chodu hodin na gravitačním poli
 - Poprvé prokázán pro bílé trpaslíky
 - Pozorovatelný i v zemském gravitačním poli
5. **Černé díry**
 - OTR předpovídá existenci těchto objektů
 - Existence černých děr je nepřímou podporována mnoha astronomickými pozorováními
 - Fyzika černých děr vyžaduje vzít v úvahu i zákony kvantové fyziky
6. **Gravitační vlny**
 - Gravitační vlny se **neúspěšně snaží** zachytit mnoho vědeckých týmů
 - Jejich objev **by byl významným důkazem** OTR
 - V dnešní době se však zdařila jen **nepřímá detekce** gravitačních vln
7. **Rozpínání vesmíru**
 - Vyplývá z Einsteinových rovnic pro gravitační pole
8. **Lenseův-Thirringův jev**
 - Ovlivnění gravitačního pole rotací
 - Ověřeno v roce 2004 na družici Gravity Probe B
9. **Neeukleidovská geometrie časoprostoru**